

*М. А. Никишин, А. В. Румянцев, В. Г. Харюков*

## БЕСКОНТАКТНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ УДЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

90

Предложен новый, отличающийся исключительной простотой, бесконтактный метод измерения удельного электросопротивления жидких металлов в области высоких температур. Суть метода – измерение электродвижущей силы, наведенной высокочастотным электромагнитным полем в двух круговых контурах разного диаметра, которые размещены коаксиально посередине образца цилиндрической формы, представляющего собой тонкостенную ампулу, заполненную легкоплавким металлом. Проведено теоретическое обоснование возможности использования бесконтактного метода для измерения удельной электропроводности не только твердых, но и жидких металлов в области высоких температур. Приведена методика обработки результатов эксперимента и даны рекомендации по оптимальной геометрии контуров и образца для повышения точности измерений.

*The article offers a new, non-contact method of measuring the specific electrical resistance of liquid metals in the high-temperature range, which is exceptionally simple. The essence of the method is the measurement of the electromotive force induced by a high-frequency electromagnetic field in two circuits of different diameters placed coaxially in the middle of a cylindrical sample, which is a thin-walled ampoule filled with some low-melting metal. The authors substantiate the feasibility of a contactless method for measuring the specific electric conductivity of both solid and liquid metals in the high-temperature range. Result-processing methodology is given as well as the recommendations on the optimal geometry of the contours and the sample for increasing the measurement accuracy.*

**Ключевые слова:** температура, индукционный генератор, электромагнитное поле, скин-слой, электродвижущая сила, удельное электрическое сопротивление, мощность.

**Keywords:** temperature, induction generator, electromagnetic field, skin-layer, electromotive force, specific electric resistance, power.

Главный недостаток контактного метода измерения удельного электросопротивления металлов, базирующегося на законе Ома, ясен из его названия – контактность. Сложность осуществления контакта образца с проводами – токоподводящими и потенциальными выводами – обусловлена несколькими причинами. Первая из них: если при применении металлов, поддающихся механической обработке, можно вставлять провода в заранее высверленные отверстия с последующей их зачеканкой, то для металлов типа Ta, W, Re и др., механической обработке не поддающихся, а также в случае исследования жидкого металла, помещенного в тонкостенную ампулу, контакт можно осуществить только



электронно-лучевой сваркой. При отсутствии в лаборатории такой установки возникают трудности, связанные с поисками стороннего исполнителя. Вторая причина: материал образца и проводов — токопроводящих и потенциальных (диаметрами  $\leq 1,0$  мм и  $\leq 0,1$  мм соответственно) — должен быть одним и тем же, что далеко не всегда осуществимо. Поэтому проблема создания бесконтактного (безэлектродного) метода измерения удельного электросопротивления металлов представляется достаточно актуальной, особенно в области высоких температур.

Бесконтактные методы базируются на использовании электромагнитного поля [1–3]. В работе [1] предложен метод дифференциального трансформатора; в [2; 3] метод состоит в определении угла поворота твердого образца (или ампулы сферической формы с жидким металлом) под воздействием вращающегося магнитного поля. Эти методы, в отличие от контактного, обременены большим количеством измерительной аппаратуры (особенно в [2; 3]) и довольно трудоемкой процедурой обработки экспериментальных результатов, не говоря уже о сложности создания вращающегося магнитного поля. Поэтому эти методы едва ли можно рассматривать как предпочтительные в сравнении с контактным методом.

Использование электромагнитного поля, создаваемого высокочастотным индукционным генератором (частота  $f \sim 0,5$  МГц), позволяет предложить уникальный по простоте бесконтактный метод измерения удельного электросопротивления металлов. Суть метода — измерение электродвижущей силы (ЭДС), наводимой высокочастотным электромагнитным полем в двух круговых контурах диаметрами  $d_{k1} > d_{k2} > d$  ( $d$  — диаметр образца), которые размещены коаксиально с цилиндрическим образцом в плоскостях, перпендикулярных к его оси и расположенных посередине образца. Образец может представлять собой либо однослойный, либо двухслойный металлический цилиндр в виде тонкостенной ампулы с помещенным в нее легкоплавким металлом, удельное электросопротивление которого нужно определить. Измеренные значения ЭДС позволяют рассчитать удельное электросопротивление  $\rho$  исследуемого: в первом случае — тугоплавкого твердого металла, во втором — легкоплавкого жидкого металла. Диапазон температуры — от точки Кюри до максимальной, ограниченной мощностью индукционного генератора. Измерительная аппаратура: вольтметр, к которому поочередно подключаются выводы контуров; оптический пирометр. Иллюстративная схема установки представлена на рисунке.

Для реализации предлагаемого метода необходимо найти связь между наводимыми в контурах ЭДС. Для этого воспользуемся очевидным с физической точки зрения положением — вводимая в образец на единицу его длины мощность зависит только от напряженности создаваемого индуктором магнитного поля и электрических свойств материалов (тугоплавкого металла либо ампулы и металла, ее заполняющего). Тогда, приравнявая формулы для мощности, содержащие величину наводимых на одном витке круговых контуров ЭДС  $e_1$  и  $e_2$ , можно установить искомую связь между  $e_1$  и  $e_2$ .

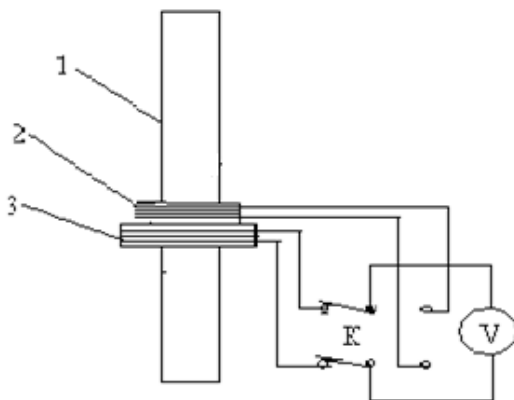


Рис. Иллюстративная схема установки

(индуктор и детали крепления не показаны):

- 1 – ампула с жидким металлом (диаметр 10–12 мм; длина 80–100 мм);  
2 – круговой контур диаметром  $d_{k2}$ , количество витков –  $m_2$ ; 3 – круговой контур диаметром  $d_{k1}$ , количество витков –  $m_1$ ; ( $d_{k1} > d_{k2}$ ;  $m_2 > m_1$ ); К – двухполюсный двоярный переключатель; V – вольтметр; угол между выводами контуров –  $90^\circ$

Задача по нахождению формулы для мощности на единицу длины в ее общем виде – для двухслойного цилиндра, содержащего среды с разными  $\rho$  – решена в работе [4, с. 38–47]. Там же, как частное, приведено решение и для однослойного цилиндра (достаточно положить  $\rho_1 = \rho_2$  и  $d_1 = d_2$ ).

При решении задачи считались выполненными следующие предположения:

1) создаваемое индуктором высокочастотного генератора электромагнитное поле однородно по длине образца и по радиусу вне образца. Это условие эквивалентно предположению о больших в сравнении с диаметрами длинах образца и индуктора;

2) зависимость компонент электромагнитного поля от времени является гармонической;

3) температурные градиенты отсутствуют – образец нагрет равномерно.

Граничные условия задачи: равенство напряженности полей на границах раздела.

В [4] приводятся формулы для мощностей, вводимых в каждую из сред:  $W_1$  – в жидкий металл,  $W_2$  – в ампулу.

В общем виде результат приравнивая формул для мощности дает следующие выражения в случае использования однослойного и двухслойного –  $W_1$  – цилиндров:

$$\left(\frac{e_1}{e_2}\right)^2 = \frac{F(\eta, N_{k1})}{F(\eta, N_{k2})}, \quad (1)$$

$$\left(\frac{e_1}{e_2}\right)^2 = \frac{F(x, \beta, \eta, N_{k1})}{F(x, \beta, \eta, N_{k2})}, \quad (2)$$

где  $e = -d\Phi/dt$  связывает электродвижущую силу, наведенную на одном витке контура с магнитным потоком  $\Phi = B \cdot S$ , пронизывающим площадь



$S = \pi d^2(N_k^2 - 1)/4$ ;  $e$  – электродвижущая сила, наведенная на одном витке кругового контура, В;  $\eta = \sigma/d$ , где  $\sigma = (\pi\mu_0\mu f/\rho)^{-1/2}$  – эффективная толщина скин-слоя в среде;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  – магнитная постоянная, Гн/м;  $\mu = 1$  – магнитная проницаемость сред;  $f$  – линейная частота генератора, Гц;  $x = (\rho_1/\rho_2)^{1/2}$  – отношение удельных электросопротивлений жидкого металла и материала ампулы;  $\beta = (d_2 - d_1)/d_2$  – геометрический параметр;  $N_{ki} = (d_{ki}/d_2)$  – отношение диаметра контура к внешнему диаметру образца ( $i = 1; 2$ ).

Формула (1) для однослойного цилиндра содержит две неизвестные:  $e_1/e_2$  и  $\eta$ , содержащую  $\rho$  металла. Если измерить ЭДС  $e_1$  и  $e_2$ , то можно сразу найти величину  $\eta$ , то есть  $\rho$  исследуемого металла. Первый вариант реализован нами экспериментально для тугоплавкого металла – молибдена. Остановимся на рассмотрении второго варианта.

Формула (2) содержит три неизвестных:  $e_1/e_2$ ,  $x = (\rho_1/\rho_2)^{1/2}$  и  $\eta_1$ , также содержащее неизвестное  $\rho_1$ . Первое неизвестное может быть определено, как и в первом варианте, экспериментально, а избавиться от неизвестного  $\eta_1$  можно переходом к  $\eta_2$  согласно связи между ними:  $\eta_1 = x\eta_2/(1 - \beta)$ . Знаменатель в формуле (2) отличается от числителя только тем, что в нем фигурирует  $N_{k2}$ , а не  $N_{k1}$ . Представим формулу (2) в виде, удобном для вычислений:

$$\left(\frac{e_1}{e_2}\right)^2 = \frac{[a_1(x, \beta, \eta) + (N_{k1}^2 - 1)a_2(x, \beta, \eta)]^2 + [b_1(x, \beta, \eta) + (N_{k1}^2 - 1)b_2(x, \beta, \eta)]^2}{[a_1(x, \beta, \eta) + (N_{k2}^2 - 1)a_2(x, \beta, \eta)]^2 + [b_1(x, \beta, \eta) + (N_{k2}^2 - 1)b_2(x, \beta, \eta)]^2}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} a_1(x, \beta, \eta) &= \frac{\beta^2 x^2}{2(1 - \beta)} f_1 + 2(1 - \beta) f_4 + \beta(2 + \beta), \\ a_2(x, \beta, \eta) &= \frac{\beta(2 + \beta)x^2}{4(1 - \beta)} f_1 + 1 + \beta + \beta^2, \\ b_1(x, \beta, \eta) &= \frac{\beta^2 x^2}{2(1 - \beta)} f_2 - 2(1 - \beta) f_3, \\ b_2(x, \beta, \eta) &= \frac{\beta(2 + \beta)x^2}{4(1 - \beta)} f_2 + \frac{\beta^2 x^2}{4(1 - \beta)^2} \frac{1}{\eta^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

В выражении (4) функции  $f_i(x, \beta, \eta)$  имеют вид ( $i = 1; 2; 3; 4$ )

$$\begin{aligned} f_1(x, \beta, \eta) &= \frac{1 - \beta}{x\eta} - \frac{x\eta}{4(1 - \beta)} - 1, \\ f_2(x, \beta, \eta) &= \frac{1 - \beta}{x\eta} + \frac{x\eta}{4(1 - \beta)} + \frac{x^2 \eta^2}{2(1 - \beta)}, \\ f_3(x, \beta, \eta) &= \frac{x^2 \eta^2}{(1 - \beta)^2} f_1(x, \beta, \eta), \\ f_4(x, \beta, \eta) &= \frac{x^2 \eta^2}{(1 - \beta)^2} f_2(x, \beta, \eta). \end{aligned} \quad (5)$$



Для сокращения записи в формулах (3), (4) и (5) индекс у  $\eta_2$  опущен и в формуле (4) у функций  $f_i$  не приведены аргументы  $f_i(x, \beta, \eta) = f_i$ .

Процедура вычислений состоит в следующем: при известных величинах  $\eta(d_2, \rho_2, f)$  и  $\beta$  находятся согласно выражения (5) для  $f_i(x)$ , затем вставляются в (4), что позволяет найти  $a_i(x)$  и  $b_i(x)$ , которые вносятся в формулу (3). В результате в числителе и знаменателе будут стоять уравнения, содержащие  $x^n$  с  $n = 0; 1; 2; 3; 4$ , то есть уравнения 4-й степени. Как показали конкретные вычисления, членами с  $x$  в 3-й и 4-й степенях можно пренебречь вследствие малости величин коэффициентов, на которые они умножаются, в сравнении с коэффициентами при других степенях  $x$ . В конечном итоге формула (3) будет иметь вид

$$\left( \frac{e_1}{e_2} \right)^2 = \frac{A_0 + A_1x + A_2x^2}{B_0 + B_1x + B_2x^2}. \quad (6)$$

Формула (6) позволяет по экспериментально найденной величине  $e_1/e_2$  найти значение  $x(T_i)$  путем решения квадратного уравнения и, тем самым, значение  $\rho_1(T_i) = x^2(T_i) \cdot \rho_2(T_i)$ , соответствующее измеренной температуре  $T_i$ . Таким образом, второй вариант становится в экспериментальном отношении идентичным первому, но величина  $x$  определяется посредством решения уравнения (6) для каждой температуры  $T_i$ , что усложняет процедуру нахождения функциональной зависимости  $\rho_1(T)$  во всем доступном измерению диапазоне температур.

Для получения формулы (1) для сплошного цилиндра в развернутом виде достаточно в (4)–(5) положить  $\beta = 0$  и  $x = 1$ :

$$F(\eta, N_{ki}) = (N_{ki}^2 - 1 + 2f_4)^2 + 4f_3^2. \quad (7)$$

Подстановка (7) в (1) позволяет по экспериментально найденной величине  $e_1/e_2$  сразу вычислить значение  $\eta(T)$  и, тем самым, искомую величину  $\rho(T)$ .

Диаметры контуров следует задавать, исходя из следующих позиций. Наличие образца в магнитном поле индуктора приводит к радиальной неоднородности магнитного поля вблизи образца [5]. Минимальное расстояние от образца, когда влиянием неоднородности поля можно пренебречь, составляет  $R \geq 1,3 R_{\text{образца}}$ . Влияние отдельных витков индуктора начинает сказываться на расстоянии  $R < R_{\text{индуктора}} - 5l_i$ , где  $l_i$  — зазор между витками индуктора. Таким образом, для минимального и максимального радиусов витков круговых контуров имеем выражение:

$$1,3R_{\text{образца}} < R_k < R_{\text{индуктора}} - 5l_i. \quad (8)$$

Отметим, что предлагаемый метод не имеет ограничений как на диапазон температур сверху, так и на величину удельного электросопротивления материалов образца. Минимальная температура, при которой может использоваться метод, — температура точки Кюри для сред, то есть когда  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ .



Для увеличения ЭДС на керамический каркас катушки следует намотать несколько витков проволоки. Количество витков —  $m_1$  и  $m_2$ , при этом желательнее иметь отношение  $m_2/m_1 \sim 2$ , что обеспечит примерно одинаковые по величине показания вольтметра:  $U_2(d_{k2}, m_2) \approx U_1(d_{k1}, m_1)$ . Отношение ЭДС, наведенных на одном витке, находится по формуле

$$e_1/e_2 = (m_2/m_1) \cdot (U_1/U_2). \quad (9)$$

Как отмечено выше, предлагаемый метод с использованием двухслойного цилиндра в сравнении с однослойным является более сложным по следующим причинам:

1) вместо одной — две среды с разными  $\rho_1$  (жидкого металла) и  $\rho_2$  (материала ампулы), которые должны быть известны;

2) магнитное поле должно проникать в первую среду, что налагает требование на толщину стенки ампулы:  $\Delta R/\sigma_2 \ll 1$ , что равносильно требованию  $\Delta R \rightarrow 0$  или  $\beta \rightarrow 0$ ;

3) ввиду отсутствия модели черного тела в эксперименте может измеряться только яркостная температура  $T_s$ . Это означает, что для нахождения истинной температуры нужно предварительно экспериментально найти монокроматическую степень черноты внешней поверхности материала ампулы  $\varepsilon_{\lambda T}(T)$ .

Чтобы убедиться в возможности реализации предлагаемого метода в случае использования жидкого металла, рассмотрим конкретный пример.

Зададим следующую геометрию системы:  $d_2 = 10$  мм;  $\beta = 0,02$ ;  $d_{k1} = 22$  мм;  $d_{k2} = 18$  мм;  $N_{k1} = d_{k1}/d_2 = 2,2$ ;  $N_{k2} = d_{k2}/d_2 = 1,8$ . При  $T_i = 1700$  К и  $f = 400$  кГц величина  $\eta$  для ниобиевой ампулы будет равна  $\eta = \eta_2 = 0,06498$  ( $\rho_{Nb} = 66,8 \cdot 10^{-6}$  Ом·см). В качестве жидкого металла возьмем олово с  $\rho_{Sn} = 75,6 \cdot 10^{-6}$  Ом·см [6], тогда  $x = 1,06381$ . Подставляя эти данные в соответствующие формулы, получим в итоге  $\varepsilon_1(T_i)/\varepsilon_2(T_i) = 1,67223$ .

Возможна более простая оценка. Подставляя в формулу(7) для сплошного цилиндра  $\eta_{Sn} = 0,0707$  или  $0,06923$  (при  $d_2 = 9,8$  или  $10$  мм), найдем  $\varepsilon_1(T_i)/\varepsilon_2(T_i) = 1,66176$  и  $1,67061$  соответственно. Отличие от точного решения (6) будет  $0,6\%$  и  $0,1\%$ , что свидетельствует о действительно малом влиянии материала ампулы на результаты расчета. Отметим, что при той же геометрии системы для молибдена в виде сплошного цилиндра экспериментальная величина  $\varepsilon_1(T_i)/\varepsilon_2(T_i) = 1,67974$ , откуда следует правильность полученных оценок для  $\varepsilon_1(T_i)/\varepsilon_2(T_i)$  при применении тонкостенной ампулы с жидким металлом. Тем не менее реальную, а не теоретическую работоспособность предлагаемого бесконтактного метода для измерения удельного электросопротивления жидкого металла следует подтвердить экспериментально.

С целью повышения точности метода рекомендуется: брать отношение  $N_{k1}/N_{k2} = 1,4$ , а не  $1,22$ , как в данной работе; каждую катушку делать не односекционной, а двухсекционной, что даст три значения  $e_1$ ,  $e_2$  и  $e_3$  (на каждой из секций и их сумме) с последующим их усреднением.



### Список литературы

1. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Барбашова М.В. и др. Бесконтактный способ измерения удельной электропроводности листовых металлов // Электротехника і електромеханіка. 2012. №1. С. 69–73.
2. Способ и устройство для бесконтактного измерения удельного электрического сопротивления металлического сплава методом вращающегося магнитного поля : пат. 2531056 Рос. Федерация. №2013129191/28 ; заявл. 25.06.2013 ; опубл. 20.10.2014, Бюл. №29.
3. Рябина А.В., Кононенко В.И., Ражабов А.А. Безэлектродный метод измерения электросопротивления металлов в твердом и жидком состояниях и установка для его реализации // Расплавы. 2009. №1. С. 36–42.
4. Румянцев А.В. Вопросы сушки и полимеризации (источники нагрева). Калининград, 1975.
5. Бабат Т.М. Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение. М. ; Л., 1965.
6. Макаренко И.Н., Труханова Л.Н., Филиппов Л.П. Тепловые свойства молибдена при высоких температурах // Теплофизика высоких температур. 1970. Т. 8, №2. С. 445–447.

### Об авторах

Максим Александрович Никишин – асп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: nikishin.maxim.a@gmail.com

Альберт Владимирович Румянцев – канд. физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: albert37@list.ru

Владимир Геннадьевич Харюков – канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: kharyukov@mail.ru

### The authors

Maxim A. Nikishin, PhD Student, I. Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: nikishin.maxim.a@gmail.com

Dr Albert V. Rumyantsev, Professor, I. Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: albert37@list.ru

Dr Vladimir G. Kharyukov, Associate Professor, I. Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: kharyukov@mail.ru