

УДК 519.6:532.5:534.1

Д. А. Тукмаков

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ АЭРОЗОЛЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЯХ ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КВАЗИТРЕХМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПОСТАНОВКИ

49

Проводится численное моделирование колебаний столба аэрозоля в трубах на резонансных частотах. Выводится математическая модель динамики гетерогенной среды-смеси с приблизительно равными массовыми долями компонент. Математическая модель предполагает решение полной системы уравнений динамики для каждой из компонент смеси. Несущая среда представляет собой вязкий сжимаемый теплопроводный газ. Дисперсная составляющая аэрозоля описывается уравнениями сохранения средней плотности, сохранения компонент импульса и сохранения энергии. Математическая модель предполагает учет сил взаимодействия газа и капель аэрозоля, в качестве которых рассмотрены сила Стокса, сила Архимеда и сила присоединенных масс, также учитывается межкомпонентный теплообмен. Система уравнений математической модели – восемь уравнений в частных производных – решается с помощью конечно-разностного алгоритма, реализованного в виде программного кода. Уравнения математической модели дополняются соответствующими начальными и граничными условиями. На основе полученной численной модели исследуются закономерности перераспределения плотности дисперсной составляющей аэрозоля в волновых полях. Выявляется влияние размера капель на распределение дисперсной компоненты многофазной среды в процессе резонансных колебаний в трубах.

The article describes numerical modelling of fluctuations of an aerosol column in pipes at resonant frequencies. The author suggests a mathematical model of dynamics of the heterogeneous medium-mix with approximately equal component mass fractions. The mathematical model suggests the solution of a dynamics equation system for each of the mix component. The carrier medium is a viscous, compressible, heat-conducting gas. The dispersed component of the aerosol is described by the equation of conservation of average density, the equations of the pulse components conservation, the equation of energy conservation. The mathematical model considers interaction forces of gas and particles of aerosol, as such forces is considered, Stokes's force, Archimedes force and force of the attached masses, as well as heat exchange intercomponent. Within the system of the equations of mathematical model, eight equations were solved by means of the final and differential algorithm implemented as a program code. The equations of mathematical model were complemented with the corresponding entry and boundary conditions. Having obtained the numerical model, the author studies the regularities of the



redistribution of the aerosol dispersed component density of in wave fields. The research reveals the influence of droplet size on the distribution of the dispersed component of a multiphase medium in the process of resonant oscillations in pipes.

Ключевые слова: многофазные среды, монодисперсная модель динамики аэрозоля, акустический резонатор, уравнение Навье – Стокса, численное моделирование.

Keywords: polyphase environments, monodispersible model of an aerosol dynamics, acoustic resonator, equation of Navier – Stokes, numerical model operation.

Введение

Процессы, связанные с динамикой неоднородных сплошных сред, встречаются как в естественной природе, так и в технике, в связи с чем динамика неоднородных сред является одним из важных разделов современной механики жидкости и газа [1–6]. Экспериментальное исследование динамических процессов в неоднородных средах часто представляется затруднительным, что актуализирует создание математических моделей [2]. Для моделирования динамики многофазных смесей на данном этапе развития науки применяются три подхода [1; 2; 6]. При равновесном подходе неоднородная среда описывается математическими моделями однородного газа или жидкости, но для физических параметров задаются поправочные коэффициенты, позволяющие учесть неоднородность. Также распространен подход, при котором динамические процессы дисперсной составляющей многофазной среды описываются лишь уравнением диффузии с конвекционными членами, вычисленными из уравнений движения несущей среды. Наиболее сложным для реализации является подход, основанный на континуальной модели динамики гетерогенной среды. Такие модели предполагают решение для каждой компоненты полной гидродинамической системы уравнений, при этом модель учитывает скоростное и температурное взаимодействие компонент смеси. В данной работе описывается динамика аэрозоля, в котором несущая среда – вязкий сжимаемый теплопроводный газ, для дисперсной компоненты решается полная система сохранения плотности, импульса и энергии.

Система уравнений динамики монодисперсного аэрозоля для осесимметричного течения

В качестве несущей среды рассматривается вязкий сжимаемый теплопроводный газ, движение которого описывается осесимметричной системой уравнений Навье – Стокса [7], в правую часть которой включены слагаемые, отражающие обмен импульсом и энергией между газом и дисперсной компонентой. В осесимметричной системе координат в двумерном случае система уравнений движения газовой компоненты выглядит следующим образом:



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = -\rho v / y,$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) = (\rho uv + \tau_{xy}) / y + \alpha \frac{\partial p}{\partial x} - F_x,$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) = (-\rho v^2 + \tau_{yy}) / y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y} - F_y,$$

$$\frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e + p - \tau_{xx}] u - \tau_{xy} v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left([e + p - \tau_{yy}] v - \tau_{xy} u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) =$$

$$= \left(-v(e + (1-a)p - \tau_{yy}) + \tau_{xy} u - \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) / y + \alpha \frac{\partial}{\partial x}(up) + \alpha \frac{\partial}{\partial y}(vp) + Q - |F_x|(u - u_1) - |F_y|(v - v_1),$$

$$p = (\gamma - 1)(e - \rho(u^2 + v^2)/2), \quad e = \rho I + \rho(u^2 + v^2)/2,$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y}.$$

Здесь $\rho, u, v, u_1, v_1, e, \lambda, \mu$ – плотность, составляющие скорости несущей и дисперсной среды, полная энергия, коэффициенты теплопроводности и вязкости несущей среды; величины F_x, F_y, Q задаются законами межфазного трения и теплообмена; $I = RT/(\gamma - 1)$ – внутренняя энергия газа.

При разработке математической модели учитывалось изменение «средней плотности» [2] – величины, равной произведению физической плотности вещества, из которого состоят дисперсные включения, на объемное содержание аэрозольных частиц, которое изменяется за счет перераспределения концентрации дисперсной фазы.

Движение дисперсной фазы описывается уравнениями сохранения средней плотности дисперсной фракции, сохранения составляющих импульса и сохранения внутренней энергии [1; 2]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = -\rho_1 v_1 / y,$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1) = -\rho_1 u_1 v_1 / y + F_x + a \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2) = -\rho_1 v_1^2 / y + F_y + a \frac{\partial p}{\partial y},$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(e_1 v_1) = -e_1 v_1 / y + Nu \frac{6a}{(2r)^2} \lambda (T - T_1),$$

$$\rho_1 = \alpha \rho_{10}, \quad e_1 = \rho_1 C_p T_1,$$

где T_1, e_1, ρ_1, a – температура дисперсной фазы, внутренняя энергия дисперсной фазы, средняя плотность и объемное содержание; C_p, ρ_{10} – теплоемкость и плотность вещества дисперсной фазы.



Составляющие силы трения F_x и F_y задаются следующим образом [2]:

$$F_x = \frac{3}{4} \frac{a}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) + 0.5 \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right),$$

$$F_y = \frac{3}{4} \frac{a}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (v_1 - v_2) + \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + 0.5 \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right),$$

$$C_d = \frac{24}{Re_{10}} + \frac{4}{Re_{10}^{0.5}} + 0.4, \quad M_{10} = |\bar{V} - \bar{V}_1| / c, \quad V = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad V_1 = \sqrt{u_1^2 + v_1^2},$$

$$Re_{10} = \rho |\bar{V} - \bar{V}_1| 2r / \mu, \quad Pr = \gamma C_p \mu / \lambda,$$

$$Nu = 2 \exp(M_{10}) + 0,459 Re_{10}^{0,55} Pr^{0,33},$$

$$0 < M_{10} < 2, \quad 0 < Re_{10} < 2 \cdot 10^5.$$

Температура несущей среды находится из уравнения

$$T = (\gamma - 1)(e / \rho - 0,5(u^2 + v^2)) / R.$$

Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_1 = \rho_1 C_p T_1$. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа λ и тепловой поток за счет теплообмена между газом и дисперсным включением (твердой частицей или жидкой каплей) [2]:

$$Q = a^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2) n = 3a a^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2) / 4\pi r^3 = 3a a^T (T_1 - T_2) / r = 6a Nu \lambda (T_1 - T_2) / (2r)^2,$$

число Нуссельта, n — концентрация дисперсных включений.

Полученная система дифференциальных уравнений в частных производных решалась явным конечно-разностным методом предиктор-корректор [8–12] с расщеплением по пространственным направлениям и схемой нелинейной коррекции [13]. Расчеты проводились на равномерной разностной сетке. Шаг по времени вычислялся из условия Куранта — Фридрихса — Леви [8].

Математическая модель дополнялась начальными и граничными условиями, варьируемыми в зависимости от вида задачи [14–21].

Колебания аэрозоля в закрытой трубе

Моделирование динамики монодисперсной аэрозольной смеси проводилось для резонансных частот колебаний газа в закрытой цилиндрической трубе, продольные колебания в которой возбуждались поршнем, двигающимся по периодическому закону. Физическая область



представляла собой трубу длиной $L = 1$ м и диаметром $d = 0,06$ м [14], аэрозоль — смесь воздуха с твердыми или жидкими частицами, имеющими сферическую форму, одинаковый размер и плотность вещества. Предполагалось, что в начальный момент времени дисперсные включения равномерно распределены в объеме резонатора. В начальный момент времени двухфазная смесь была неподвижна, температуры фаз равны $T_0 = T_{10}$, заданы плотность воздуха и вещества дисперсной фазы, а также ее объемное содержание α . При $t = 0$ поршень начинал движение по периодическому закону $x(t) = A\sin(\omega t)$, где ω — одна из резонансных частот продольных колебаний несущей среды в закрытой трубе (рис. 1).

53

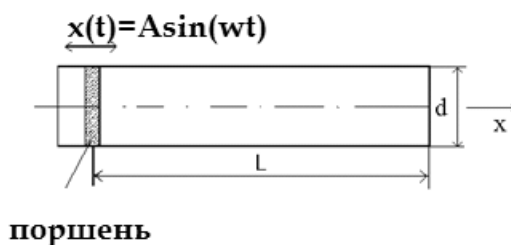


Рис. 1. Схема резонатора

При расчетах на неподвижных поверхностях для скоростей фаз задавались однородные граничные условия Дирихле, а для остальных газодинамических функций — однородные граничные условия Неймана [19; 21]. На поверхности поршня осевая составляющая скорости изменялась по заданному закону, радиальная составляющая скорости приравнивалась нулю. Расчетная сетка состояла из 400 в продольном и 100 узлов в поперечном направлениях.

Резонансные частоты колебаний столба газа в закрытой трубе [22; 23] определяются как $\nu_{jk} = jc/2Lk$, где c — скорость звука а числа n и m определяют порядок резонанса ($j = 1, 2, \dots; k = 1, 2, \dots$).

Результаты расчетов колебаний аэрозольного столба в закрытой трубе для частоты первого собственного резонанса

Ниже представлены результаты расчетов колебаний несущей и дисперсной фаз аэрозоля на первой собственной частоте продольных колебаний газа — несущей среды в закрытой трубе. Рассматривались колебания аэрозолей с диаметрами сферических капель $d = 2, 20, 60, 200$ мкм.

На рисунке 2, $a-b$ представлены полученные в результате проведения расчетов физические величины колебаний аэрозоля при частоте перемещений поршня, равной частоте первого собственного резонанса, диаметре капель $d = 2$ мкм, объемном содержании дисперсной компоненты $\alpha = 0,001$.

Физические поля дисперсной компоненты аэрозоля с малым размером частиц имеют несущественное отличие от советующих величин



несущей среды. Из рисунка 2, *б* следует, что скорости несущей и дисперсной фаз для данного размера аэрозольных включений хорошо согласуются между собой. Распределения плотности газа, его температуры и скорости не имеют характер разрывных, что связано с изменением резонансной частоты относительно резонансной частоты в чистом газе, вызванной добавлением дисперсных включений. Массоперенос средней плотности дисперсной фазы при $d = 2$ мкм и выбранной амплитуде колебаний поршня с течением времени незначителен, происходит в направлении к источнику акустических колебаний ($x = 0$) и к противоположному концу резонатора ($x = L$) (рис. 2, *а*). Увеличение размера капель приводит к росту их инерционных свойств, следствием чего является увеличение массопереноса капель в нелинейном волновом поле за счет несимметричности условий передачи импульса капле на фазах сжатия и разрежения при волновых колебаниях газа [5; 21]. На рисунках 3, *а–в* представлены распределения газодинамических функций — плотности, температуры, скорости несущей и дисперсной компонент. Можно отметить закономерность роста концентрации — «средней плотности» дисперсной компоненты — у закрытого конца трубы ($x = L$) (рис. 3, *а*).

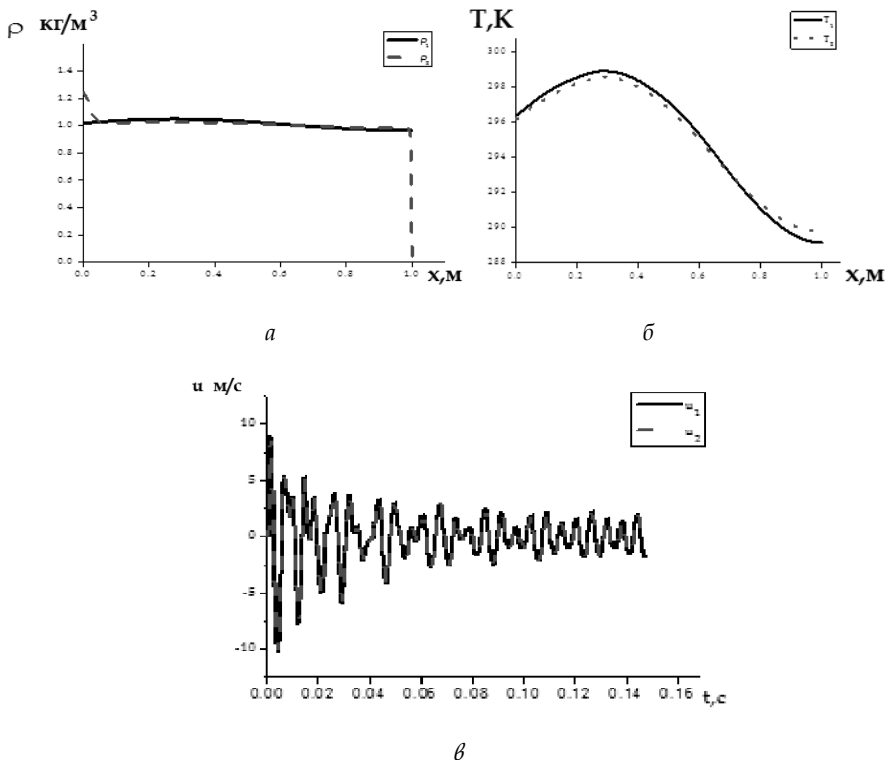
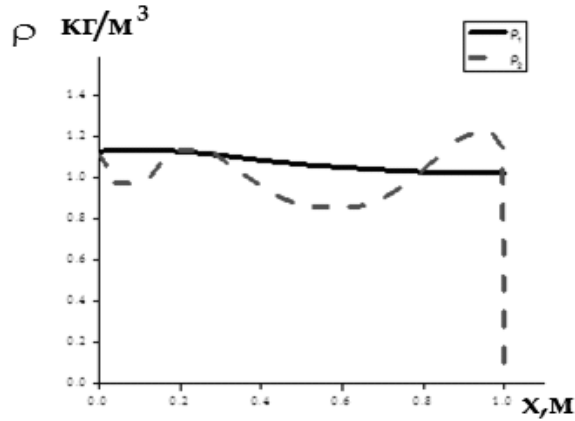
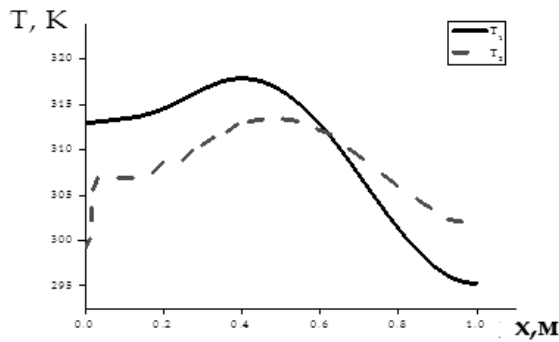


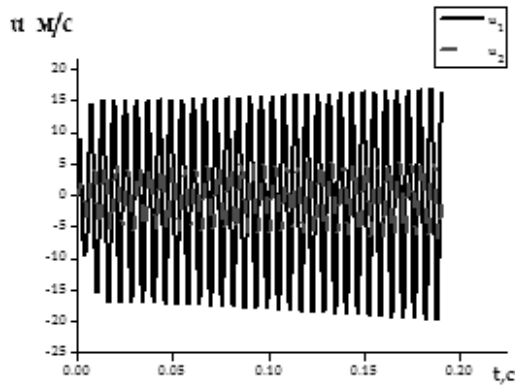
Рис. 2. Колебания аэрозоля при диаметре капель $d = 2$ мкм, объемном содержании $\alpha = 0,001$ в момент времени $t = 0,1485$ с: *а* — плотность; *б* — давление; *в* — зависимость осевой составляющей скорости от времени несущей (сплошная линия) и дисперсной (пунктир) фаз



а



б



в

Рис. 3. Колебания аэрозоля при диаметре каплей $d = 20$ мкм, объемном содержании $a = 0,001$ в момент времени $t = 0,191$ с: a – плотность; $б$ – температура; $в$ – зависимость от времени скорости несущей (сплошная линия) и дисперсной (пунктир) фаз

При диаметре каплей в 60 мкм усиливается смещение аэрозольных каплей к узлам стоячей волны поля скорости газа. Вблизи поршня и закрытого конца резонатора формируются участки с повышенной средней плотностью дисперсной компоненты, достигающей $2,5 \text{ кг/м}^3$



(рис. 4, а), тогда как начальное распределение средней плотности дисперсной фазы было равномерным и составляло 1 кг/м^3 . Усиливается отличие скорости и температуры несущей и дисперсной фаз (рис. 4, б, в), при этом колебания газа приобретают вид нелинейных. При диаметре аэрозольных капель в 200 мкм описанные выше закономерности усиливаются — растет скоростная и температурная неравновесности фаз. В пучности стоячей волны поля скорости возникает область с пониженной концентрацией аэрозольной фазы. Интенсивности колебаний газа растет — рис. 5, в.

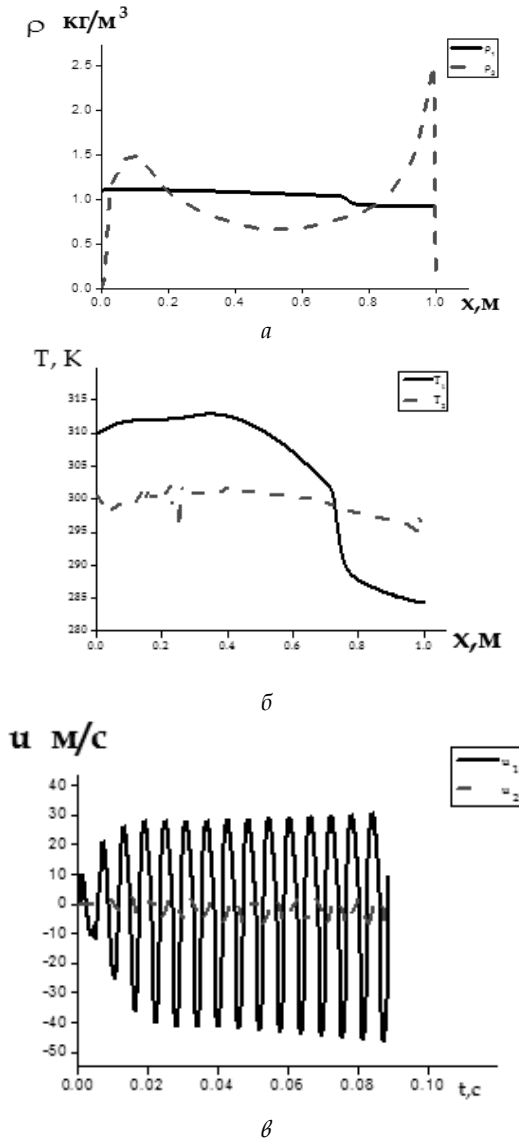


Рис. 4. Колебания аэрозоля при диаметре капель $d = 60 \text{ мкм}$, объемном содержании $a = 0,001$ в момент времени $t = 0,0885 \text{ с}$: а — плотность; б — температура; в — зависимость от времени скорости несущей (сплошная линия) и дисперсной (пунктир) фаз

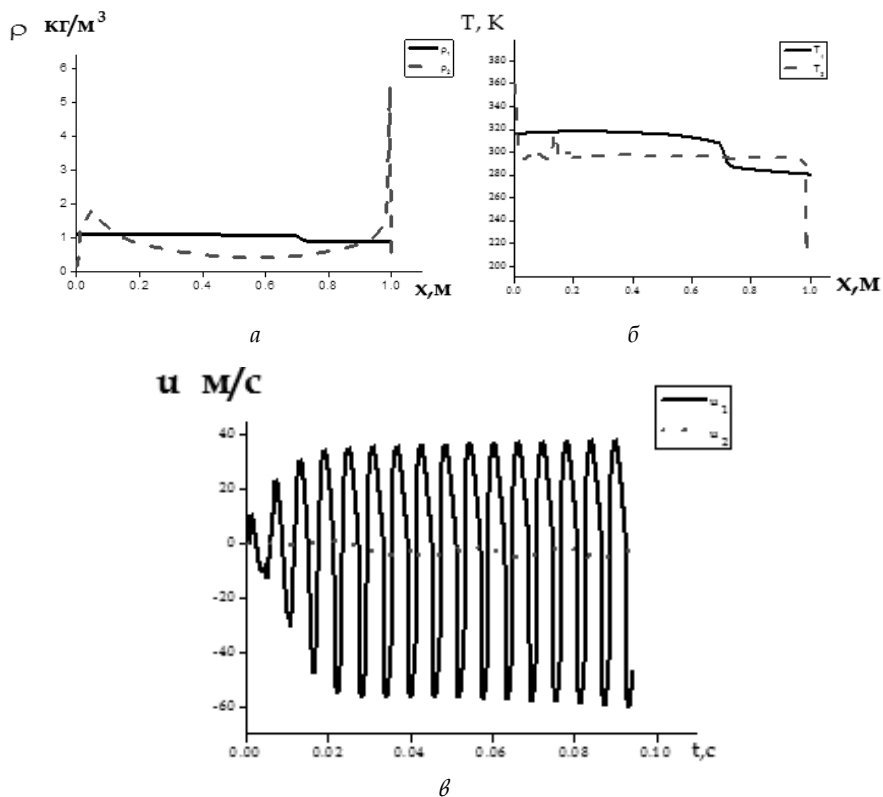


Рис. 5. Колебания аэрозоля при диаметре капель $d = 200$ мкм, объемном содержании $a = 0,001$ в момент времени $t = 0,0941$ с: a – плотность, $б$ – температура, $в$ – зависимость осевой составляющей скорости от времени несущей (сплошная линия) и дисперсной (пунктир) фаз

Результаты расчетов колебаний аэрозольного столба в закрытой трубе для частоты второго собственного резонанса

При генерации колебаний аэрозоля с частотой второго собственного резонанса в закрытой трубе интенсивность массопереноса дисперсной компоненты возрастает. Ниже приведены результаты расчетов динамики аэрозолей различных линейных размеров с диаметрами капель $d = 2, 20, 60, 200$ мкм.

На рисунке 6, $a - в$ приведены результаты расчетов динамики аэрозоля с каплями диаметром 2 мкм. Перераспределение средней плотности мелкодисперсного аэрозоля при той же амплитуде колебаний поршня, что и на первой собственной частоте, выражено сильнее. Следует отметить, что на данной частоте у стоячей волны поля скорости структура такова, что у поршня ($x = 0$), в середине трубы ($x = 0,5L$) и у закрытого конца ($x = L$) расположены узлы стоячей волны. Пучности скорости находятся в плоскостях ($x = 0,25L$), ($x = 0,75L$). В результате дрейфа аэрозольных частиц средняя плотность дисперсной фазы увеличивается вблизи узлов (рис. 6, a). Увеличение диаметра капель до 20 мкм (рис. 7, $a - в$) интенсифицирует процесс дрейфа аэрозольных частиц и приводит к росту средней плотности дисперсной фазы вблизи узлов



стоячей волны поля скорости (рис. 7, а). С ростом диаметра капель выявленные закономерности усиливаются — более выражен массоперенос дисперсной фракции к узлам поля скорости газа (рис. 8, а–б). Таким образом, при колебаниях поршня с частотой второго линейного резонанса можно отметить образование двух участков увеличенной концентрации дисперсной фракции и двух областей пониженной концентрации дисперсной фракции, расположенных, соответственно, в узлах и пучностях стоячей скорости газа.

58

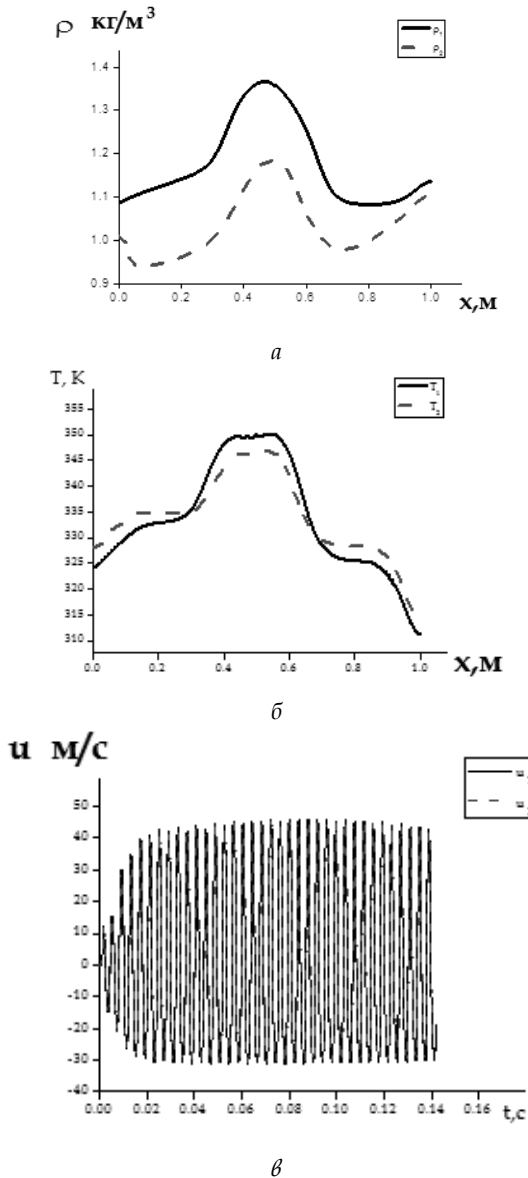
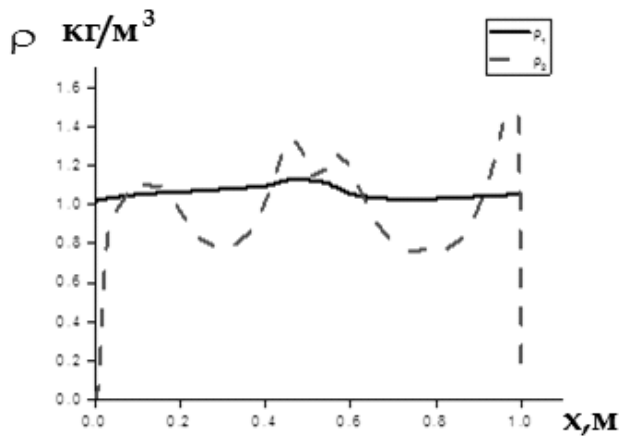
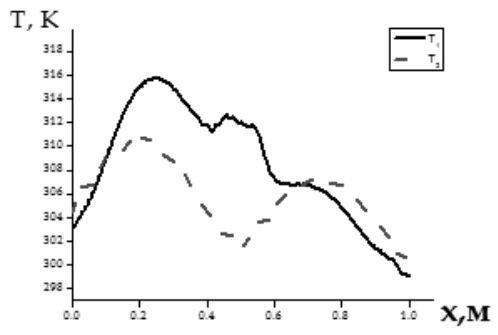


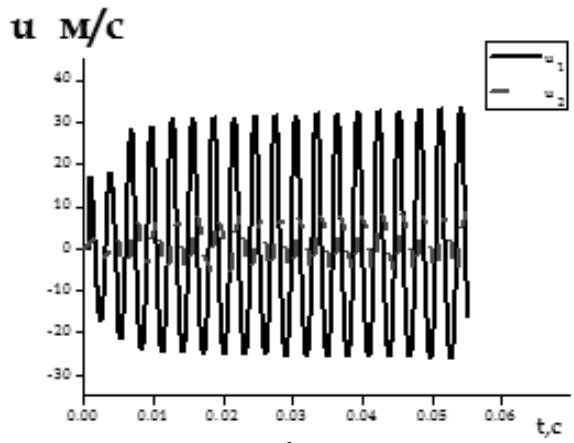
Рис. 6. Колебания аэрозоля при диаметре капель $d = 2$ мкм, объемном содержании $a = 0,001$ в момент времени $t = 0,1416$ с: а — плотность; б — температура; в — зависимость осевой составляющей скорости от времени несущей (сплошная линия) и дисперсной (пунктир) фаз



a

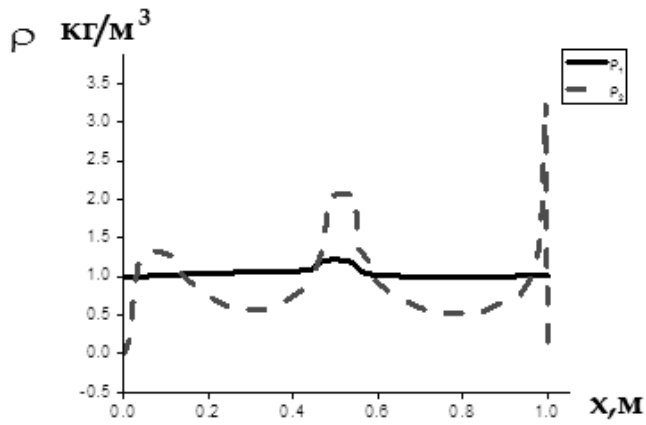


б

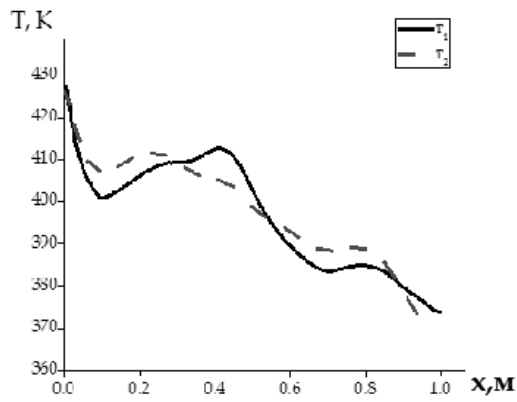


в

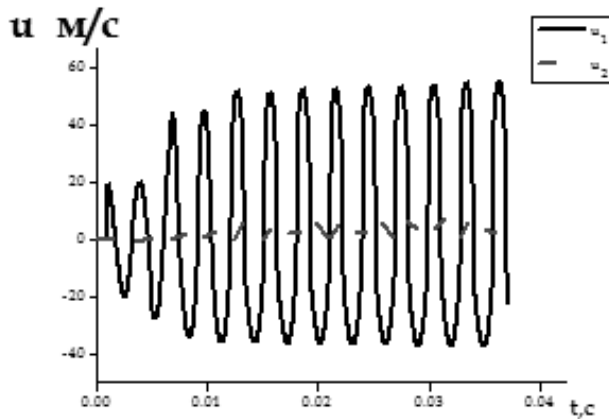
Рис. 7. Колебания аэрозоля при диаметре капель $d = 20 \text{ мкм}$, объемном содержании $a = 0,001$ в момент времени $t = 0,0552 \text{ с}$:
 а – плотность; б – температура; в – зависимость осевой составляющей скорости от времени несущей (сплошная линия) и дисперсной (пунктир) фаз



а

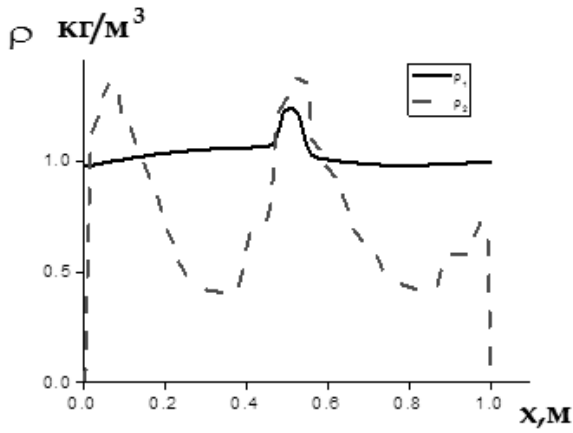


б

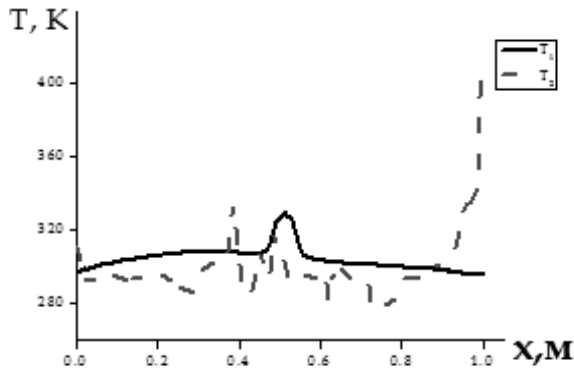


в

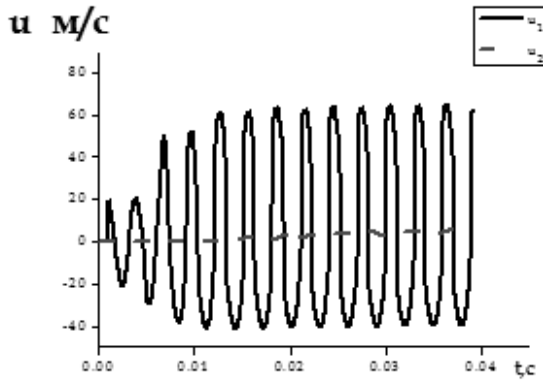
Рис. 8. Колебания аэрозоля при диаметре капель $d = 60$ мкм, объемном содержании $a = 0,001$ в момент времени $t = 0,0369$ с: а – плотность; б – температура; в – зависимость осевой составляющей скорости от времени несущей (сплошная линия) и дисперсной (пунктир) фаз



a



б



в

Рис. 9. Колебания аэрозоля при диаметре каплей $d = 200 \text{ мкм}$, объемном содержании $a = 0,001$ в момент времени $t = 0,038 \text{ с}$: a – плотность; $б$ – температура; $в$ – зависимость осевой составляющей скорости от времени несущей (сплошная линия) и дисперсной (пунктир) фаз



Выводы

Численное моделирование, проведенное в данной работе, показало:

- 1) линейный размер аэрозольных включений определяет характер протекания колебаний в резонаторе;
- 2) интенсивность массопереноса аэрозольной компоненты растёт с увеличением размера частиц аэрозоля;
- 3) температурная и скоростная дифференциации физических полей несущей и дисперсной компонент растут с увеличением размера дисперсных включений;
- 4) наличие в акустическом резонаторе мелкодисперсных аэрозольных включений приводит к смещению резонансной частоты, а для монодисперсных аэрозольных сред, состоящих из крупнодисперсных частиц, наоборот, можно наблюдать колебания нелинейного резонансного характера.

62

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 19-01-00442.

Список литературы

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М., 1987. Ч. 1.
2. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб., 2003.
3. Temkin S. Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspension. N. Y., 2005.
4. Дейч М. Е., Филиппов Д. А. Газодинамика двухфазных сред. М., 1981.
5. Стернин Л. Е. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М., 1980.
6. Вараксин А. В. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения // Теплофизика высоких температур. 2013. №3. С. 421 – 455.
7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., 2003.
8. Fletcher C. A. J. Computation Techniques for Fluid Dynamics. Berlin ; Heidelberg ; N. Y., 1988.
9. Ковеня В. М., Тарнавский Г. А., Черный С. Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск, 1990.
10. Steger J. L. Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries // AIAA J. 1978. Vol. 16, iss. 7. P. 679 – 686.
11. MacCormack R. W., Lomax H. Numerical Solution of Compressible Viscous Flows // Ann Rev. Fluid Mech. 1979. №11. P. 289 – 316.
12. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М., 1990. Т. 2.
13. Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. Т. 5, №3. С. 74 – 83.
14. Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Численное моделирование динамики волновых систем на основе явной схемы Мак-Кормака // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2012. №5 – 6. С. 3 – 10.
15. Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Исследование динамики двухкомпонентного газа с пространственно разделенными в начальный момент компонентами // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2014. №3 – 4. С. 38 – 43.



16. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Ударно-волновой разлет газозвесей // Доклады академии наук. 2016. Т. 466, №4. С. 418–421.

17. Ilgamov M.A., Zaripov R.G., Galiullin R.G., Repin V.B. Nonlinear Oscillations of a Gas in a Tube // Appl. Mech. Rev. 1996. Vol. 49, iss. 3. P. 137–154.

18. Тукмаков А.Л. Зависимость механизма дрейфа твердой частицы в нелинейном волновом поле от ее постоянной времени и длительности прохождения волновых фронтов // Прикладная математика и техническая физика. 2011. №4. С. 105–106.

19. Тукмаков А.Л. Численное моделирование колебаний монодисперсной газозвеси в нелинейном волновом поле // Прикладная математика и техническая физика. 2011. №2. С. 36.

20. Тукмаков Д.А. Математическая модель массопереноса и волновых процессов в плазме // Матер. XXIII Всерос. науч. конф. студентов-физиков и молодых ученых. Екатеринбург, 2017. С. 195–196.

21. Тукмаков А.Л. Численное моделирование процесса волновой сепарации твердых частиц при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Акустический журнал. 2009. Т. 55, №3. С. 342–349.

22. Горелик Г.С. Колебания и волны. М., 1959.

23. Красильников В.А., Крылов В.В. Введение в физическую акустику. М., 1984.

Об авторе

Дмитрий Алексеевич Тукмаков – канд. физ.-мат. наук, науч. сотр., Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр РАН», Россия.

E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

The author

Dr Dmitry A. Tukmakov, Research Fellow, Federal Research Center «Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences», Russia.

E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru