УДК 514.7

Г. А. Банару
Смоленский государственный университет
mihail.banaru@yahoo.com
SPIN-код: 9011-7084, Authors ID РИНЦ: 652570
doi: 10.5922/0321-4796-2026-57-2-1

О геометрической теории ОДУ Н. В. Степанова

Выделяются самые основные результаты выдающегося отечественного математика Николая Васильевича Степанова в геометрической теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Обсуждается вопрос о перспективах дальнейшего развития данной теории.

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение, инвариант, связность, инвариантная классификация обыкновенных дифференциальных уравнений



1. Поводом для написания этой статьи стало 100-летие со дня рождения известного отечественного геометра Николая Васильевича Степанова (1926—1991), доктора физико-математических наук, профессора. В Смоленске, с которым связаны последние 20 лет жизни Николая Васильевича, в 2006 и 2016 г. довольно скромно проходили мероприятия, посвященные 80- и 90-летию со дня

Поступила в редакцию 28.03.2026 г.
© Банару Г. А., 2026

рождения этого замечательного математика. В те годы вышло несколько публикаций о Н. В. Степанове и о его основных научных достижениях (см., например, [1]). Отметим, что научная деятельность Н. В. Степанова была связана в основном с механико-математическим факультетом Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, где он получил образование. Там же он защитил свою докторскую диссертацию [2].

2. Все научные достижения Н. В. Степанова фактически были связаны только с одним направлением — геометрической теорией обыкновенных дифференциальных уравнений. Наиболее полно полученные им результаты представлены в его докторской диссертации [2], а также в обзорах [3; 4], которые чаще всего цитируются специалистами в данной области. Выдающийся отечественный геометр Леонид Евгеньевич Евтушик очень высоко оценивал достижения Николая Васильевича. Л. Е. Евтушик ставил его в один ряд с другими известнейшими отечественными специалистами в области дифференциальной геометрии, отмечая, что фундаментальные результаты в геометрической теории дифференциальных уравнений были получены Г. Ф. Лаптевым, А. М. Васильевым, В. И. Близникасом, А. К. Рыбниковым, Н. В. Степановым и их учениками [5].

Среди множества разнообразных результатов, полученных Н. В. Степановым за долгие годы, мы выделим именно те, которые считал главными и он сам [2; 4]:

1) нахождение фундаментально-групповой картановой связности, инвариантно относительно псевдогруппы всех достаточно гладких точечных преобразований плоскости присоединенной к произвольному обыкновенному дифференциальному уравнению, порядок которого не ниже трех;

2) выделение из систем продолжений основного уравнения специальных структур алгебраического характера с формальными операторами дифференцирования; присоединяемые к обыкновенному дифференциальному уравнению дифференци-

альные алгебры являются совершенно необходимой частью аппарата, применяемого для построения присоединенной связности;

3) подробное изучение инвариантов и инвариантных объектов обыкновенных дифференциальных уравнений, их структуры и взаимосвязи; доказательство теорем, позволяющих получать неограниченное количество новых инвариантов и инвариантных объектов, причем вычисление таких инвариантов и инвариантных объектов всегда может быть доведено до конца;

4) решение проблемы о соотношении внешней и внутренней геометрий обыкновенных дифференциальных уравнений (они оказались эквивалентными);

5) построение на базе имеющихся инвариантов так называемой инвариантной классификации обыкновенных дифференциальных уравнений. Такая классификация, будучи единой, может отражать различные свойства уравнений и присоединенных к ним структур: дифференциально-алгебраических характеристик касательных расслоений, присоединенных связностей и др.

Краткое изложение основных научных достижений Н.В. Степанова содержится в статье [6], а их более полный обзор — в работе [7].

3. На всех упомянутых в начале статьи мероприятиях, посвященных предыдущим юбилеям Н.В. Степанова, наверное, чаще всего обсуждался следующий вопрос: каковы перспективы дальнейшего развития его геометрической теории обыкновенных дифференциальных уравнений? К большому сожалению, объективные данные (здесь, конечно, прежде всего мы имеем в виду количество работ по данной и смежной тематикам, опубликованных в журналах с высоким рейтингом) говорят о том, что существенного развития эта теория за время, прошедшее после смерти Николая Васильевича, не получила. И опять же, к большому сожалению, очень трудно точно определить главные причины этого явления.

Остается лишь надеяться на то, что со временем ситуация изменится и четкие и красивые дифференциально-геометрические построения Николая Васильевича Степанова получат новое, возможно, самое неожиданное развитие. История математики (и науки в целом) показывает, что такое не только возможно, но и нередко случается. Все, кто помнит этого замечательного отечественного геометра, этого умного и достойного человека, искренне желают именно такого развития событий.

Список литературы

1. *Банару Г.А.* К 90-летию со дня рождения Н.В. Степанова // ДГМФ. 2016. Вып. 47. С. 7—10.

2. *Степанов Н.В.* Дифференциально-геометрическая теория уравнения $y^{(n)} = f\left(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}\right)$: дис. … д-ра физ.-мат. наук. М., 1986.

3. *Степанов Н.В.* Дифференциально-геометрическая теория уравнения $y^{(n)} = f\left(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}\right)$ // Итоги науки и техн. Сер. Пробл. геом. 1977. Т. 8. С. 47—66.

4. *Степанов Н.В.* Геометрия дифференциальных уравнений // Итоги науки и техн. Сер. Пробл. геом. 1981. Т. 12. С. 127—164.

5. *Евтушик Л.Е.* Геометрия обыкновенных дифференциальных уравнений. Исследования в семинаре Лаптева — Васильева при Московском университете (1980—1992 гг.) // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. матем. и ее прилож. Темат. обзоры. 2002. Т. 11. С. 24—81.

6. *Банару Г.А.* Об основных результатах Н.В. Степанова в теории ОДУ // ДГМФ. 2017. Вып. 48. С. 7—13.

7. *Banaru G.A.* N.V. Stepanov and his geometric theory of ordinary differential equations // J. Math. Sci. 2019. Vol. 241, № 3. P. 245—250.

Для цитирования: *Банару Г.А.* О геометрической теории ОДУ Н.В. Степанова // ДГМФ. 2026. №57 (2). С. 5—10. https://doi.org/10.5922/0321-4796-2026-57-2-1.

ПРЕДСТАВЛЕНО ДЛЯ ВОЗМОЖНОЙ ПУБЛИКАЦИИ В ОТКРЫТОМ ДОСТУПЕ В СООТВЕТСТВИИ С УСЛОВИЯМИ ЛИЦЕНЗИИ CREATIVE COMMONS ATTRIBUTION (CC BY) (HTTP://CREATIVECOMMONS.ORG/LICENSES/BY/4.0/)

MSC 2010:53A55

G.A. Banaru
Smolensk State University
4 Przhevalskogo Str., Smolensk, 214000, Russia
mihail.banaru@yahoo.com
doi: 10.5922/0321-4796-2026-57-2-1

On N.V. Stepanov's ODE geometric theory

Submitted on March 28, 2026

The main results obtained in the field of geometric theory of ordinary differential equations by the remarkable Soviet mathematician Nikolai Vasil'yevich Stepanov (1926—1991) are highlighted:

1) finding the fundamental-group Cartan connection that is invariant with respect to the pseudogroup of all sufficiently smooth point transformations of the plane adjoined to an arbitrary ordinary differential equation of order $n \geq 3$;

2) extracting special structures of an algebraic type with formal differentiation operators from systems of extensions of the fundamental equation; differential algebras adjoined to an ordinary differential equation are an absolutely necessary part of the apparatus used to construct the associated connection;

3) a detailed study of invariants and invariant objects of ordinary differential equations, their structure and interrelationships; proving theorems that allow one to obtain an unlimited number of new invariants and invariant objects, with the computation of such invariants and invariant objects always being complete;

4) resolving the problem of the relationship between the extrinsic and intrinsic geometries of ordinary differential equations (they turned out to be equivalent);

5) constructing, based on existing invariants, a so-called invariant classification of ordinary differential equations. Such a classification, being unified, can reflect various properties of the equations and the structures associated with them: differential-algebraic characteristics, tangent bundles, associated connections, etc.

Keywords: ordinary differential equation, invariant, connection, invariant classification of ordinary differential equations

References

1. *Banaru, G.A.:* On the occasion of N.V. Stepanov's 90th birthday. DGMF, 47, 7—10 (2016).

2. *Stepanov, N.V.:* The differential-geometric theory of the equation $y^{(n)} = f\left(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}\right)$. PhD Thesis. Moscow (1986).

3. *Stepanov, N.V.:* The differential-geometric theory of the equation $y^{(n)} = f\left(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}\right)$. J. Soviet Math., **13**:5, 575—587 (1980).

4. *Stepanov, N.V.:* Geometry of differential equations. J. Soviet Math., **21**:2, 200—231 (1983).

5. *Evtushik, L.E.:* Geometry of ordinary differential equations. Investigations of Laptev — Vasil'ev seminar at the Moscow University (1980—1992). J. Math. Sci. New York, **78**:3, 253—286 (1996).

6. *Banaru, G.A.:* On N.V. Stepanov's main results in the ODE theory. DGMF, 48, 7—13 (2017).

7. *Banaru, G.A.:* N.V. Stepanov and his geometric theory of ordinary differential equations. J. Math. Sci. (New York), **241**:3, 245—250 (2019).

For citation: Banaru, G.A.: On N.V. Stepanov's ODE geometric theory. DGMF, **57**:2, 5—10 (2026). https://doi.org/10.5922/0321-4796-2026-57-2-1.

SUBMITTED FOR POSSIBLE OPEN ACCESS PUBLICATION UNDER THE TERMS AND CONDITIONS OF THE CREATIVE COMMONS ATTRIBUTION (CC BY) LICENSE (HTTP://CREATIVECOMMONS.ORG/LICENSES/BY/4.0/)