

linear connection form two non-intersecting classes of the projective connections. Compositional equipment of the distribution is made, which consists in the setting of Cartan's planes and normals of the 2-nd kind. It is proved, that the compositional equipment induces the center-linear connection. The latter is characterised by means of normal of 2-nd kind parallel displacement, when it moves in hyperplane drawing on this normal and the Cartan's plane. Induced linear subconnection is interpreted by projection of neighbouring normals of 2-nd kind onto each other out of center - normal of 1-st kind, generated by the Cartan's plane.

УДК 514.76

## **f-СТРУКТУРЫ МНОГООБРАЗИЯ $\mathfrak{f}(H)$**

С.Н. Ю р ь е в а

*(Калининградский государственный университет)*

Продолжается исследование гиперполосных распределений (H-распределений) аффинного пространства [1]. Введена f-структура на многообразии  $\mathfrak{f}(H)$ , ассоциированном с H-распределением.

Схема использования индексов:

$$I, J, K = \overline{1, n}; a, b = \overline{1, n-1}; A, B, C, D = \overline{1, 2n-1}.$$

1. Оснащающее H-распределение данного  $\mathfrak{P}$ -распределения можно рассматривать как расслоенное многообразие  $\mathfrak{f}(H)$ , базой которого является аффинное пространство  $A_n$ , а слоями - элементы H-расслоения, причем  $\dim \mathfrak{f}(H) = n + (n-1) = 2n-1$ .

Структурные формы этого многообразия можно получить следующим образом. Образующим элементом слоя  $H(A)$ , где A - центр  $\mathfrak{P}$ -распределения, является точка  $\tilde{O} = \tilde{A} + \tilde{I}^a \tilde{a}_a$ . При этом структурные формы  $\Delta H^a$  точки X имеют следующее строение:

$$\Delta H^a \stackrel{\text{def}}{=} dH^a + H^b \omega_b^a. \quad (1)$$

Внешним дифференцированием равенств (1) находим:

$$D(\Delta H^a) = \Delta H^b \wedge \omega_b^a + \omega^K \wedge H^b H_{bK}^n \omega_n^a. \quad (2)$$

Следовательно, формы  $\Delta H^a$  имеют расслоенную структуру по отношению к базовым формам  $\omega^K$ [2]. Система форм  $\{\Delta H^a, \omega^K\}$  вполне интегрируема и образует систему структурных форм многообразия  $\mathfrak{f}(H)$ .

2. Многообразию  $\mathfrak{f}(H)$  примем за базу нового расслоенного многообразия  $T(\mathfrak{f})$ , где  $T(\mathfrak{f})$ - касательное расслоение к  $\mathfrak{f}(H)$ . Учитывая уравнения (1) и (2), находим, что структурные формы  $\theta^A$  многообразия  $\mathfrak{f}(H)$ , где

$$\theta^J \stackrel{\text{def}}{=} \omega^J, \theta^{n+a} \stackrel{\text{def}}{=} \Delta H^a, \quad (3)$$

удовлетворяют уравнениям  $D\theta^A = \theta^B \Lambda \theta_B^A$ . Здесь

$$\theta_K^J = \omega_K^J, \theta_{n+a}^J = 0, \theta_{n+b}^{n+a} = \omega_b^a, \theta_K^{n+a} = H^b H_{bK}^n \omega_n^a. \quad (4)$$

Дифференцируя внешним образом (4), получаем структурные уравнения вида:

$$D\theta_B^A = \theta_B^C \Lambda \theta_C^A + \theta^C \Lambda \theta_{BC}^A.$$

Введем в текущем слое расслоения  $T(\phi)$  репер  $\{\tilde{\mathbf{a}}_{\hat{A}}\}$ , где

$$\delta \tilde{\mathbf{a}}_{\hat{A}} = \pi_{\hat{A}}^B \tilde{\mathbf{a}}_{\hat{B}} \quad (\pi_{\hat{A}}^{\hat{A}} = \theta_{\hat{A}}^{\hat{A}} / \theta^{\hat{A}} = 0). \quad (5)$$

Из равенств (4) и (5) следует:

$$\delta \tilde{\mathbf{a}}_J = \pi_J^K \tilde{\mathbf{e}}_K + H^b H_{bJ} \pi_n^a \tilde{\mathbf{e}}_{n+a}, \quad \delta \tilde{\mathbf{e}}_{n+a} = \pi_a^b \tilde{\mathbf{e}}_{n+b}. \quad (6)$$

Следовательно, векторы  $\tilde{\mathbf{a}}_{n+a}$  вместе с центром  $A$  слоя расслоения  $T(\phi)$  определяют  $(n-1)$ -мерное инвариантное подпространство  $W_{n-1}$  в текущем слое  $T_A(\phi)$ .

3. Для того, чтобы в слое  $T_A(\phi)$  определить  $n$ -мерное дополнительное инвариантное подпространство  $W_n$ , необходимо и достаточно задать на базе  $\phi(H)$  поле объекта  $\tilde{\mathbf{A}}_J^{n+a}$ :

$$d\Gamma_J^{n+a} + \Gamma_J^{n+b} \theta_b^a - \Gamma_I^{n+a} \theta_J^I + \theta_J^{n+a} = \Gamma_{JK}^{n+a} \omega^K. \quad (7)$$

Действительно, будем полагать, что объект  $\tilde{\mathbf{A}}_J^{n+a}$  присоединен к группе преобразований репера  $\{\tilde{\mathbf{A}}_{\hat{A}}\}$  в слоях  $T_A(\phi)$ , тогда

$$\tilde{\mathbf{A}}_J = \tilde{\mathbf{e}}_J + \tilde{\mathbf{A}}_J^{n+a} \tilde{\mathbf{E}}_{n+a}, \quad \tilde{\mathbf{E}}_{n+a} = \tilde{\mathbf{e}}_{n+a}. \quad (8)$$

Из условия инвариантности плоскости  $W_n$  в силу (4), (6), (8) получаем

$$\delta \tilde{\mathbf{E}}_J = \pi_J^I \tilde{\mathbf{E}}_I + (\delta \tilde{\mathbf{A}}_J^{n+a} + \tilde{\mathbf{A}}_J^{n+b} \bar{\theta}_{n+b}^{n+a} - \tilde{\mathbf{A}}_I^{n+a} \bar{\theta}_J^I + \bar{\theta}_J^{n+a}) \tilde{\mathbf{e}}_{n+a},$$

откуда следуют дифференциальные уравнения (7). Охват объекта  $\{\tilde{\mathbf{A}}_J^{n+a}\}$  осуществляем по формулам

$$\gamma_J^{n+a} = H^b H_{bJ}^n v_n^a, \quad (9)$$

где  $v_n^a$  - инвариантная нормаль  $H$ -распределения. Поле квазитензора (9) определяет в слоях касательного расслоения  $T(\phi)$  инвариантные подпространства  $W_n = [A, \tilde{\mathbf{E}}_J]$ .

4. Зададим на многообразии  $\phi(H)$  поле геометрического объекта  $\{f_B^A\}$ :

$$df_B^A - f_C^A \theta_B^C + f_B^C \theta_C^A = f_{BC}^A \theta^C. \quad (10)$$

Компоненты  $f_B^A$  этого объекта определим следующими формулами:

$$\begin{aligned} f_J^K &= -P_a^K \gamma_J^{n+a}, \quad f_J^{n+a} = P_J^a + P_b^K \gamma_J^{n+b} \gamma_K^{n+a}, \\ f_{n+b}^J &= -P_b^J, \quad f_{n+b}^{n+a} = P_b^K \gamma_K^{n+a}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $P_J^K = H_a^K \dot{H}_J^a$ .

Следуя В.И.Близникасу [3], поле тензора  $\{f_B^A\}$ , компоненты которого в произвольной точке многообразия  $\phi(H)$  определяются формулами (11), назовем  $\gamma$ -лифтом тензорного поля  $P_J^K$  в расслоении  $T(\phi)$ .

Компоненты  $f_B^A$  (11) удовлетворяют уравнениям

$$f_C^A f_D^C f_B^D + f_B^A = 0.$$

Ранг матрицы  $f^2$  равен  $2n-1$ . Следовательно, структура, определенная на многообразии  $\mathfrak{H}$ , является  $f$ -структурой ранга  $2n-1$ . В результате справедлива

**Теорема.** С каждой  $\pi$ -структурой, заданной тензором из пучка  $\{P_J^K(\sigma)\}$ , ассоциируется на многообразии  $\mathfrak{H}$   $f$ -структура ранга  $2n-1$ .

#### *Библиографический список*

1. Юрьева С.Н. Введение аффинных связностей на гиперполосном распределении аффинного пространства // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1997. №28. С.98-104.
2. Остиану Н.М., Рыжков В.В., Швейкин Л.И. Очерк научных исследований Германа Федоровича Лаптева // Тр. геом. семин. / ВИНТИ. М., 1973. Т.4. С.7-70.
3. Близнакас В.И. Дифференциальная геометрия неголономной гиперповерхности риманова пространства // Литов. мат. сб. 1971. Т.11. №1. С.63-74.

S.N. J u r e v a

#### $f$ -STRUCTURES OF MANIFOLD $\mathfrak{H}$

We proceed with investigation of the hyperstrip distributions (H-distributions) of the affine space.  $f$ -structure on the manifold  $\mathfrak{H}$ , associated with H-distribution is introduced.