

4. *Лантев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. матем. о-ва. 1953. №2. С.275-382.

5. *Остиану Н.М.* Распределение гиперплоскостных элементов в проективном пространстве // Тр. геометр. семинара / ВИНТИ. М., 1973. Т.4. С.71-120.

6. *Остиану Н.М., Балазюк Т.Н.* Многообразия, погруженные в пространства проективной структуры // Проблемы геометрии / ВИНТИ. М., 1978. Т.10. С.75-115.

7. *Попов Ю.И.* Основы теории трехсоставных распределений проективного пространства: Монография. Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1992. 172 с.

8. *Столяров А.В.* Двойственная теория регулярных гиперполос и ее приложения: Учеб. пособие. Чебоксары: Изд-во Чувашского ун-та, 1992. 108 с.

I. E. L i s i t s y n a

H(1) – DISTRIBUTION OF AFFINE SPACE

A class of hyperstrip distributions $H(1)$ of affine space is considered whose base distribution is a distribution of lines, and equipping distribution is a hyperplanar distribution (H - distribution). A representation of $H(1)$ - distribution is given in the frames of the first and second order. Associated focal manifolds are studied. A construction of normalization of $H(1)$ - distribution in the sence of Norden-Timofejew is brought, associated with a field of normals of the first genus of an equipping H - distribution.

УДК 514.75

ВЫРОЖДЕННЫЕ ТРЕХМЕРНЫЕ МНОГООБРАЗИЯ ВТОРОГО РОДА ПАР ТОЧЕК В P_4

Е.П. Н о в и к о в а

(*Калининградский государственный университет*)

В четырехмерном проективном пространстве P_4 рассмотрено вырожденное трехмерное многообразие $K = (P_1P_2)^3_{2,2}$ второго рода [1], порожденное точками P_i ($i, j = 1,2$), описывающими двумерные поверхности (P_i) . Построен канонический репер многообразия, найдены ассоциированные геометрические образы.

Отнесем проективное пространство P_4 к подвижному реперу $R = \{A_\alpha\}$ ($\alpha, \beta, \gamma = 1 — 5$). Деривационные формулы репера имеют вид: $dA_\alpha = \omega_\alpha^\beta A_\beta$, причем формы Пфаффа ω_α^β удовлетворяют уравнениям структуры проективного пространства: $D\omega_\alpha^\beta = \omega_\alpha^\gamma \wedge \omega_\gamma^\beta$ и условию эквипроективности: $\omega_\alpha^\alpha = 0$.

Рассмотрим вырожденное многообразие \mathbf{K} . Соответствие между элементами пары $(\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)$ не взаимно однозначно: каждой точке \mathbf{P}_i ($i,j=1,2; i \neq j$) поверхности (\mathbf{P}_i) поставлена в соответствие линия $(\Gamma_{\mathbf{P}_i})$ на поверхности (\mathbf{P}_j) . Совместим вершину \mathbf{A}_1 репера \mathbf{R} с точкой \mathbf{P}_1 , вершину \mathbf{A}_5 — с точкой \mathbf{P}_2 , поместим вершину \mathbf{A}_2 в касательную плоскость \mathbf{T}_1 к поверхности (\mathbf{P}_1) в точке \mathbf{P}_1 , а вершину \mathbf{A}_4 — в касательную плоскость \mathbf{T}_2 к поверхности (\mathbf{P}_2) в точке \mathbf{P}_2 . Вершину \mathbf{A}_3 поместим на прямую пересечения этих касательных плоскостей. Структурными формами многообразия \mathbf{K} являются формы ω_1^α и ω_5^α . Выберем за базисные формы $\omega_1^2, \omega_1^3, \omega_5^4$ и обозначим

$$\omega_1^2 = \theta_1, \omega_1^3 = \theta_2, \omega_5^4 = \theta_3 \quad (\theta_1 \wedge \theta_2 \wedge \theta_3 \neq 0).$$

Многообразие \mathbf{K} задается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\omega_1^4 = \mathbf{a}^k \theta_k, \omega_1^5 = \mathbf{b}^k \theta_k, \omega_5^1 = \mathbf{c}^k \theta_k, \omega_5^2 = \mathbf{g}^k \theta_k, \omega_5^3 = \mathbf{p}^k \theta_k. \quad (1)$$

Проведем такую аналитическую канонизацию репера, в результате которой система (1) примет вид:

$$\begin{aligned} \omega_5^i = \omega_i^4 = \omega_i^5 = \omega_4^k = \omega_5^1 = \omega_5^2 = 0, \\ \omega_2^1 = \mathbf{n}^k \theta_k, \omega_3^4 = \lambda \theta_2, \omega_3^i = \mathbf{h}^i \theta_2, \omega_4^5 = \mathbf{m}^k \theta_k \quad (k = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (2)$$

Геометрически построенный частично канонизированный репер характеризуется тем, что вершина \mathbf{A}_2 является точкой пересечения касательной к линии $(\Gamma_{\mathbf{P}_2})$ с касательной плоскостью \mathbf{T}_1 , а вершина \mathbf{A}_4 является точкой пересечения касательной к линии $(\Gamma_{\mathbf{P}_1})$ с касательной плоскостью \mathbf{T}_2 .

Осуществляя замыкание системы (2), убеждаемся, что она в инволюции и определяет многообразие \mathbf{K} с произволом двух функций двух аргументов. Многообразие \mathbf{K} обладает следующими свойствами:

- 1) вершина \mathbf{A}_2 является единственным сдвоенным фокусом прямолинейной конгруэнции $(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)$, вершина \mathbf{A}_4 — единственным сдвоенным фокусом прямолинейной конгруэнции $(\mathbf{A}_4\mathbf{A}_5)$, а торсы этих конгруэнций соответствуют;
- 2) торсы прямолинейных конгруэнций $(\mathbf{A}_i\mathbf{A}_5)$ соответствуют линиям координатной сети;
- 3) асимптотические линии на поверхностях (\mathbf{A}_1) и (\mathbf{A}_5) соответствуют;
- 4) при $\lambda \neq 0$ и $\mathbf{h}^i \neq 0$ поверхности (\mathbf{A}_1) и (\mathbf{A}_5) являются торсами;
- 5) фокусы прямолинейной конгруэнции $(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_5)$ гармонически делят вершины \mathbf{A}_1 и \mathbf{A}_2 .

Условие $\lambda = 0$ выделяет подкласс \mathbf{K}_1 , для которого поверхность (\mathbf{P}_1) является плоскостью (произвол существования — одна функция двух аргументов), условие $\mathbf{h}^1 = \mathbf{h}^2 = 0$ выделяет подкласс \mathbf{K}_2 , для которого поверхность (\mathbf{P}_2) — плоскость (произвол существования — две функции двух аргументов).

Многообразие \mathbf{K}_3 , для которого обе поверхности (\mathbf{P}_i) являются плоскостями, существует с произволом одной функции двух аргументов и обладает следующими свойствами:

- 1) вершина \mathbf{A}_3 является единственным сдвоенным фокусом прямолинейных конгруэнций $(\mathbf{A}_i\mathbf{A}_3)$ и $(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3)$;

- 2) асимптотические линии на поверхностях (A_2) и (A_4) соответствуют линиям координатной сети;
- 3) прямая, вдоль которой перемещается вершина A_3 , вырождается в точку;
- 4) торсы прямолинейных конгруэнций (A_1A_4) и (A_3A_4) соответствуют линиям координатной сети.

Библиографический список

1. Малаховский В.С. О вырожденных конгруэнциях пар фигур в трехмерном проективном пространстве // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1973. Вып. 3. С. 41 - 49.

Е. Р. Н о в и к о в а

DEGENERATED THREE-DIMENSIONAL MANIFOLDS
OF THE SECOND GENUS OF A COUPLE OF POINTS

A degenerated three-dimensional manifold of the second genus is considered in the four-dimensional projective space P_4 , generated by the points P_i ($i=1,2$) describing two-dimensional surfaces (P_i) . Canonical frame of the manifold is constructed and some associated geometric images are found.

УДК 514.75

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЕРЕНЕСЕНИЯ НА МНОГООБРАЗИИ
СОПРИКАСАЮЩИХСЯ ПЛОСКОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

К.В. П о л я к о в а

(Калининградский государственный университет)

Поверхность X_m проективного пространства P_n рассмотрена как многообразие троек (A, T_m, T_s) , где A – точка поверхности, T_m – касательная плоскость, T_s ($s \equiv \frac{1}{2}m(m+3) < n$) – соприкасающаяся плоскость. Осуществлено оснащение поверхности X_m , позволяющее задать связности 2-х типов в главном расслоении $G(X_m)$, типовым слоем которого является подгруппа стационарности G тройки (A, T_m, T_s) . Найдена геометрическая характеристика условий их совпадения. Описаны параллельные перенесения оснащающих плоскостей в связностях обоих типов.

1. Ассоциированное расслоение. Рассмотрим поверхность X_m проективного пространства P_n как m -мерное многообразие троек (A, T_m, T_s) , где A – точка, T_m