В качестве следствия из этой теоремы получаем, что 6-мерное эрмитово подмногообразие M^6 алгебры Кэли является многообразием нулевой голоморфной бисекционной кривизны в том и только в том случае, когда M^6 - область на келеровой плоскости.

Отметим, что формула (2) обобщает известный результат В.Ф.Кириченко [3,с.34], получившего значение голоморфной бисекционной кривизны 6-мерных келеровых подмногообразий алгебры Кэли. Действительно, положив $T^8_{ab} = \pm i T^7_{ab}$, $T^8_{\hat{a}\hat{b}} = \mp i T^7_{\hat{a}\hat{b}}$, что является условием, при котором 6-мерное эрмитово подмногообразие алгебры октав является келеровым, из (2) получим: $BS_{X \wedge Y} = -8\left|T^7_{ab} X^a Y^b\right|^2$.

Библиографический список

1. *Goldberg S., Kobayshi S.* Holmorphic bisectional curvature // G. Differential Geometry. 1967. №1. P.225-233.

2. Банару М.Б. О паракелеровости 6-мерных эрмитовых подмногообразий алгебры Кэли // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1994. Вып.25. С.15-18.

3. *Кириченко В.Ф.* Классификация келеровых структур, индуцированных 3-векторными произведениями на 6-мерных подмногообразиях алгебры Кэли // Известия вузов. Матем. 1980. №8. С.32-38.

M. B. B a n a r u

ON A HOLOMORPHIC BISECTIONAL CURVATURE OF
6-DIMENSIONAL HERMITIAN SUBMANIFOLDS
OF CAYLEY′S ALGEBRA

Results have been obtained concerning one of the most important characteristics of an Hermitian manifold which is a holomorphic bisection curvature. In particular, some properties of this curvature on plane have been considered.

УДК 514.75

О РЕШЕНИИ СИСТЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

И. С. Б а с ю к

(Калининградский государственный университет)

Статья посвящена исследованию систем алгебраических уравнений с несколькими неизвестными. Пункты 1-3 носят в основном реферативный характер; в пункте 4 рассмотрена система трех квадратичных уравнений с четырьмя неизвестными, описывающая фокальное многообразие конгруэнции квадрик специального вида.

1.<u>Теорема Гильберта о базисе.</u> Пусть $f_\alpha(x_0, x_1, \dots, x_n)$ ($\alpha \in \boldsymbol{J}$) -многочлен из кольца $\mathbf{K}[x_0, x_1, \dots, x_n]$, где **K** - некоторое поле. Решением системы S_{n+1}^J уравнений

$$f_\alpha(x_0, x_1, \dots, x_n) = 0 \tag{1}$$

называют совокупность элементов $(\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n)$ произвольного расширения **K*** [2,гл.I,§2] поля **K**, если $f_\alpha(\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n) = 0$. Следующая теорема показывает, что систему S_{n+1}^J можно заменить эквивалентной ей системой, содержащей лишь конечное число уравнений.

Теорема 1. В каждом непустом идеале **I** кольца $\mathbf{K}[x_0, x_1, \dots, x_n]$ существует конечная система многочленов $g_i(x_0, x_1, \dots, x_n)$ $(i = \overline{1, r})$ такая, что любой многочлен $\mathbf{F}(x_0, x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{I}$ может быть записан в форме

$$\mathbf{F}(x_0, x_1, \dots, x_n) = \sum_i a_i(x_0, x_1, \dots, x_n)\, g_i(x_0, x_1, \dots, x_n),$$

где $a_i(x_0, x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{K}[x_0, x_1, \dots, x_n]$.

Доказательство теоремы 1 производится индукцией по **n** [2,гл.IV,§2]. Система многочленов $g_i(x_0, x_1, \dots, x_n)$ называется базисом идеала **I**.

Пусть система S_{n+1}^J состоит из счетного числа уравнений (**J**=**N**). Рассмотрим идеал, образованный многочленами, обращающимися в нуль каждым решением системы (1). Если $\{g_i(x_0, x_1, \dots, x_n)\}$ - базис этого идеала, то уравнения

$$g_i(x_0, x_1, \dots, x_n) = 0 \tag{2}$$

удовлетворяются всеми решениями системы S_{n+1}^N. Каждый из многочленов $f_\alpha(x_0, x_1, \dots, x_n)$ принадлежит рассматриваемому идеалу [2,гл.IV,§2], поэтому

$$f_\alpha(x_0, x_1, \dots, x_n) = \sum_i a_{\alpha i}(x_0, x_1, \dots, x_n)\, g_i(x_0, x_1, \dots, x_n).$$

Следовательно, каждое решение системы S_{n+1}^r (2) является решением системы S_{n+1}^N и последнюю можно заменить конечной системой (если S_{n+1}^N однородна, то S_{n+1}^r также однородна [2,гл.IV,§1]).

2.<u>Система результантов системы бинарных форм.</u> Рассмотрим систему $\dot{S}_2^r$ из **r** однородных уравнений. Пусть $m_i = \mathbf{deg}\, f_i(x_0, x_1)$, $\mathbf{m} = \mathbf{max}\{m_1, \dots, m_r\}$. Обозначим

$$\varphi_i(x_0,x_1)=a_i\,x_0^{m-m_i}\,f_i(x_0,x_1),\ \varphi_{r+i}=b_i\,x_1^{m-m_i}\,f_i(x_0,x_1)$$

(здесь a_i, b_i - новые неизвестные) и введем вспомогательную систему $\dot{S}_2^{2r}$ $\varphi_j(x_0,x_1)=0\ \left(j=\overline{1,2r}\right)$. Для нахождения условий, при которых система $\dot{S}_2^r$ обладает решением при некоторой специализации коэффициентов [2,гл.I,§5] в каком-либо расширении **K*** поля **K**, достаточно найти соответствующие условия для системы $\dot{S}_2^{2r}$ при той же специализации [2,гл.IV,§5].

Введем новые неизвестные u_j, v_j и рассмотрим многочлены $\Phi(x_0,x_1)=\sum\limits_j u_j\,\varphi_j(x_0,x_1)$, $\Psi(x_0,x_1)=\sum\limits_j v_j\,\varphi_j(x_0,x_1)$. Результант [2,гл.IV,§3] **R(u,v)** этой пары бинарных форм является многочленом от u_j, v_j. Коэффициент при $u_1^{i_1}\ldots u_{2r}^{i_{2r}}v_1^{j_1}\ldots v_{2r}^{j_{2r}}$ имеет вид:

$$D_k=d_k a_1^{i_1+j_1}\ldots a_r^{i_r+j_r}b_1^{i_{r+1}+j_{r+1}}\ldots b_r^{i_{2r}+j_{2r}},$$

где d_k - многочлен от коэффициентов исходных форм $f_i(x_0,x_1)$. Эти многочлены d_k образуют систему результантов системы однородных уравнений $\dot{S}_2^r$.

3. Система результантов для системы однородных уравнений с несколькими неизвестными. Пусть система $\dot{S}_{n+1}^r$ состоит из **r** однородных уравнений с **n+1** неизвестным. Введем новые неизвестные ξ_0, ξ_1 и положим $x_p=\xi_0 x'_p$, $x_n=\xi_1$ $\left(p=\overline{0,n-1}\right)$. Тогда из $\dot{S}_{n+1}^r$ получим систему $\dot{S}_2^r$ однородных относительно ξ_0, ξ_1 уравнений

$$f_i\left(\xi_0 x'_0,\ldots,\xi_0 x'_{n-1},\xi_1\right)=0.$$

Теорема 2. Пусть дана система $\dot{S}_{n+1}^r$ однородных уравнений с неопределенными коэффициентами [2,гл.IV,§3] и пусть $\bar{f}_i(x_0,\ldots,x_n)=0$ - система $\bar{S}_{n+1}^r$ уравнений, полученная из $\dot{S}_{n+1}^r$ при некоторой заданной специализации коэффициентов. Тогда существует конечная система многочленов d_k от коэффициентов системы $\dot{S}_{n+1}^r$, обладающая следующими свойствами: 1) для некоторого значения **m** $d_k\,x_0^m=\sum\limits_i a_{ki}(x_0,\ldots,x_n)\,f_i(x_0,\ldots,x_n)$, где коэффициенты многочленов $a_{ki}(x_0,\ldots,x_n)$ принадлежат кольцу коэффициентов системы $\bar{S}_{n+1}^r$; 2) необходимое и достаточное условие существования решения системы $\bar{S}_{n+1}^r$ в каком-либо алгебраическом расширении поля коэффициентов состоит в том, что при рассматриваемой специализации многочлены d_k обращаются в нуль.

Доказательство теоремы 2 осуществляется индукцией по **n** [2,гл.IV,§6].

4.Система уравнений фокального многообразия конгруэнции L. В трехмерном проективном пространстве рассматривается конгруэнция L [1] невырожденных линейчатых квадрик, фокальное многообразие которой одномерно и определяется системой $\dot{S}_4^3$ уравнений

$$F \equiv x^1x^2 - x^0x^3 = 0,\ -a_{ki}\left(x^k\right)^2 + b_{ki}x^0x^k + c_{ki}x^kx^3 + h_ix^1x^2 = 0,$$

где a_{ik}, b_{ik}, c_{ik} h_i - коэффициенты системы дифференциальных уравнений конгруэнции L (i,j,k=1,2, $i \neq j$). Введем неоднородные координаты $\xi = \frac{x^1}{x^0}$, $\eta = \frac{x^2}{x^0}$, $\zeta = \frac{x^3}{x^0}$ и приведем систему $\dot{S}_4^3$ к виду

$$\xi\eta - \zeta = 0,$$

$$-a_{1i}\xi^2 - a_{2i}\eta^2 + b_{1i}\xi + b_{2i}\eta + \left(c_{1i}\xi + c_{2i}\eta\right) + h_i\xi\eta = 0. \qquad (3)$$

В силу одномерности множества решений рассматриваемой системы результант уравнений (3) должен тождественно обращаться в нуль. Это требование позволяет привести систему $\dot{S}_4^3$ к виду

$$\mathbf{F=0},\ \left(\alpha_j x^i + x^j\right)\left(bx^0 - a_kx^k + cx^3\right) = 0.$$

Теорема 3. Фокальное многообразие квадрики $Q \in L$, описываемое системой $\dot{S}_4^3$, одномерно и состоит из коники и двух точек [1].

Библиографический список

1. *Басюк И.С.* Конгруэнции линейчатых квадрик с одномерными фокальными многообразиями // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1995. Вып.26. С.21-24.

2. *Ходж В., Пидо Д.* Методы алгебраической геометрии. М., 1954. Т.1. 461 с.

I. S. B a s j u k

ON THE SOLUTION OF A SYSTEM OF ALGEBRAIC EQUATIONS

The article is devoted to the investigation of systems of algebraic equation with several unknowns. Three items have in general the reviewing nature: in the fourth item a system of three-quadratic equations with four unknowns is considered, describing a focal manifold of congruence of quadric of a special form.