

*А. А. Шилевой, А. А. Персичкин*

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ РЕГИСТРАЦИИ СИГНАЛОВ, ПОЛУЧЕННЫХ ПРИ ПОМОЩИ КОСВЕННЫХ МЕТОДОВ ЯДЕРНОГО КВАДРУПОЛЬНОГО РЕЗОНАНСА

*Исследован ряд условий, позволяющих повысить чувствительность косвенных методов ядерного квадрупольного резонанса. Предложен метод, основанный на использовании в приемных цепях спектрометра явления стохастического резонанса, благодаря чему удается существенно повысить отношение сигнал/шум.*

*In this work some conditions allows to increase of the indirect nuclear quadrupole resonance are investigated. The proposed method based on the stochastic resonance phenomena in the input electronic circuits of spectrometer. This effect allows provide the essential raise of the signal-to-noise ratio.*

**Ключевые слова:** ядерный квадрупольный резонанс, отношение сигнал/шум, стохастический резонанс.

**Key words:** nuclear quadrupole resonance, signal-to-noise ratio, stochastic resonance.

Возможность регистрации спектральных характеристик поликристаллических соединений с помощью косвенных методов ядерного квадрупольного резонанса [1, с. 392] в значительной степени зависит от чувствительности приемной системы, обеспечивающей регистрацию сигналов ядерной индукции протонов. При измерениях в области комнатных температур принимаемые сигналы зачастую оказываются чересчур слабыми и плохо наблюдаются на фоне шумов. В то же время усилительная способность приемного тракта спектрометра в ряде случаев испытывает зависимость от характеристик поступающего на вход шума. Например, для шума, содержащего импульсные компоненты, возможна ситуация, когда при его смещении с сигналом отношение сигнал/шум  $\eta = SNR_{out} / SNR_{in}$  возрастает:  $\eta > 1$ . Природа данного эффекта непосредственно связана с установлением в приемных цепях режима стохастического резонанса (СР) [2, р. 256], одним из условий которого выступает наличие нелинейного бистабильного элемента [3].

В целях изучения полезных сторон этого явления мы исследовали работу приемного тракта, содержащего в качестве нелинейного элемента триггер Шмитта. Для различных значений порога срабатывания триггера изучалась зависимость отношения сигнал/шум на входе и выходе при постоянной амплитуде сигнала (0,66 В). Результаты измерений, после 100 усреднений, представлены в таблице.

### Зависимость $\eta$ на выходе устройства от входного отношения сигнал/шум

Измеряемая величина	Номер измерения								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
SNRin	61,7	25	15	5,7	3,4	2,5	1,1	0,6	0,4
SNRout	61,7	60,9	45	16,3	8,9	6,4	3	2	1,4
SNRout/SNRin	1	2,4	3	2,9	2,6	2,6	2,7	3,3	3,5

Спектральную плотность мощности случайного процесса на выходе триггера Шмитта можно выразить в виде

$$p_N = \frac{D_N(\xi_N(t))}{2\pi f_0} = \frac{A^2 \theta}{2\pi \sqrt{3}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2D}\right). \quad (1)$$

Тогда среднее значение амплитуды случайной последовательности импульсов:

$$\langle V \rangle = A \cdot \theta \cdot \left(\frac{f_0}{\sqrt{3}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\Delta^2 + 2 \cdot \Delta \cdot B \cdot \cos \omega \cdot t + B^2 \cdot \cos^2 \omega \cdot t}{2D}\right). \quad (2)$$

Выражение записано с учетом периодической составляющей сигнала, которая будет модулировать порог срабатывания триггера.

Учитывая только первую гармонику, в формуле (2) получаем:

$$\begin{aligned} \langle V' \rangle &= A \cdot \theta \cdot \left( \frac{f_0}{\sqrt{3}} \right) \cdot \exp \left( - \frac{\Delta^2 + 2 \cdot \Delta \cdot B \cdot \cos \omega \cdot t}{2D} \right) = \\ &= A \cdot \theta \cdot \left( \frac{f_0}{\sqrt{3}} \right) \cdot \exp \left( - \frac{\Delta^2}{2D} \right) \times \exp \left( - \frac{\Delta \cdot B \cdot \cos \omega \cdot t}{D} \right). \end{aligned}$$

Откуда, разлагая в ряд  $\exp(-x) \approx 1 - x \dots$  и опуская постоянную составляющую, получаем выражение для амплитуды первой гармоники периодического сигнала:

$$a_1 \cong \langle V' \rangle \cong -4 \cdot A \cdot \theta \cdot \left( \frac{f_0}{\sqrt{3}} \right) \cdot \exp \left( - \frac{\Delta^2}{2D} \right) \cdot \frac{\Delta \cdot B}{D} \cdot \cos \omega \cdot t. \quad (3)$$

Выражение (3) характеризует среднее значение амплитуды случайной последовательности импульсов на выходе схемы, зависящее от основной гармоники сигнала. Его требуется знать при определении спектральной плотности мощности сигнала. Для гармонического сигнала (3) амплитуда автокорреляционной функции АКФ равна

$$b_1 = 16 \cdot A^2 \cdot \theta^2 \cdot \frac{f_0^2}{6} \cdot \exp \left( - \frac{\Delta^2}{D} \right) \cdot \frac{\Delta^2 \cdot B^2}{D^2} \cdot \cos \omega \cdot \tau.$$

Выполняя преобразование Фурье, получим спектр мощности сигнала, содержащий  $\delta$ -пики на частоте  $\omega$ :

$$P_s = 16 \cdot A^2 \cdot \theta^2 \cdot \frac{f_0^2}{6} \cdot \exp \left( - \frac{\Delta^2}{D} \right) \cdot \frac{\Delta^2 \cdot B^2}{D^2} \cdot \delta \omega.$$

Тогда отношение сигнал/шум на выходе триггера Шмитта равно

$$SNR_{out} = \frac{P_s}{P_N} = \frac{16 \cdot \pi \cdot \theta \cdot f_0^2 \cdot \Delta^2 \cdot B^2}{\sqrt{3} \cdot D^2} \cdot \exp \left( - \frac{\Delta^2}{2D} \right) \cdot \delta \omega. \quad (4)$$

Полученное выражение (4) свидетельствует о наличии эффекта стохастического резонанса в обычных бистабильных системах.

Качественно итог эксперимента сводится к следующему. При малых порогах срабатывания триггера стохастический резонанс наблюдается при малых значениях дисперсии шума. При больших значениях порога срабатывания отношение сигнал/шум на входе определить уже не представляется возможным, в то время как отношение сигнал/шум на выходе существенно больше единицы. Соответственно максимум эффекта СР смещается в область больших значений дисперсии.

Следовательно, при данном способе реализации СР для фиксированного порога срабатывания существует определенная величина SNR на входе системы, ниже которой отношение сигнал/шум на выходе всегда больше входного значения. Данную гипотезу подтверждает следующий эксперимент. Для заданного порога срабатывания схемы (в нашем случае 2, 1 В) фиксируется «резонансное» значение дисперсии шума. Затем путем вариации амплитуды полезного сигнала находится точка, в которой входное отношение сигнал/шум равно отношению сигнал/шум на выходе, и исследуется поведение этой величины при уменьшении амплитуды полезного сигнала. При этом соотношение SNR на входе и выходе схемы при поступлении на вход импульсного шума и гармонического сигнала существенно зависит от амплитуды гармонической составляющей, что не наблюдается в моделях с «белым» шумом и его производными.

Динамику поведения величин сигнал/шум на входе и выходе устройства, в зависимости амплитуды гармонического сигнала поясняет рисунок 1. Графики 1 и 2 соответствуют входному и выходному SNR при пороге срабатывания 0,92 (В). Амплитуда импульсов шума, при которой наблюдается максимум резонанса, в данном случае равняется 0,713 (В). Третий график отражает поведение функции выходного SNR при пороге срабатывания 2,22 (В) и резонансной амплитуде импульсов 1,84 (В). Значение SNR на выходе, таким образом, на порядок превышает его входную величину.

Следует отметить, что данная разновидность СР наблюдается в пределах сравнительно узкой полосы шумового спектра.

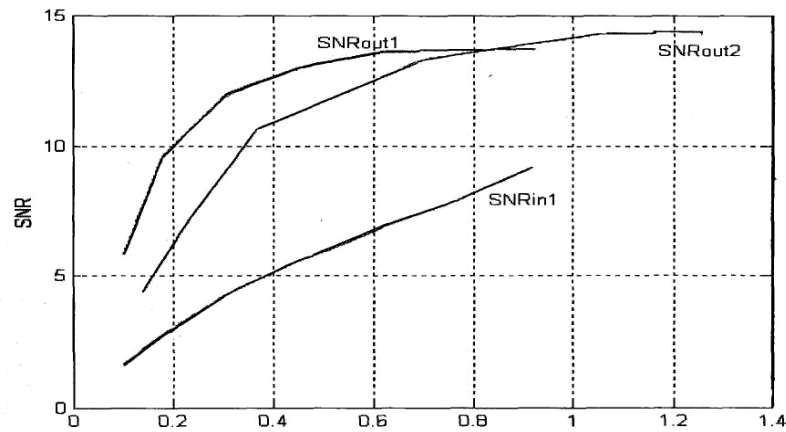


Рис. 1. Экспериментальные графики зависимости отношения сигнал/шум от амплитуды гармонического сигнала: 1 и 2 – соответственно на входе и выходе схемы при пороге срабатывания триггера 0,92 (В); 3 – на выходе схемы при пороге срабатывания 2,22 (В)

В целях теоретического объяснения эффекта разделим диапазон изменения параметров на два интервала: 1) с порогом срабатывания  $\Delta$  триггера  $A < \Delta < A + b$ ; 2) с порогом срабатывания  $A - b < \Delta < A$ , где  $A$  – амплитуда импульсов шума на входе,  $b$  – амплитуда гармонического сигнала. В первом случае амплитуда шума недостаточна для пересечения порога срабатывания, но при наложении гармонического воздействия возникают периодические импульсы шума повышенной интенсивности. Поскольку спектральная плотность мощности импульсного шума может быть представлена в виде

$$S_N = \lambda_0 \cdot A^2 \cdot \frac{\sin^2 \left( \frac{f \cdot \tau}{2} \right)}{\pi^2 \cdot f^2},$$

где  $\lambda_0$  – средняя частота появления импульсов,  $A$  – амплитуда импульсов,  $\tau$  – средняя длительность импульса,  $f$  – частота [4], то основным изменяемым параметром будет средняя частота появления импульсов:  $\lambda = \lambda_0 \cdot \langle t' \rangle \cdot f_0$ , где  $f_0$  – частота гармонического сигнала,  $t'$  – длительность периодического шумового интервала, среднее значение которого определяется выражением

$$\langle t' \rangle = \frac{b}{\pi f_0 (b - \Delta + A)} \int_{\frac{\Delta - A}{b}}^1 \arccos(x) dx. \quad (5)$$

Соответственно спектральная плотность мощности импульсного шума, модулированного гармоническим сигналом на участке  $\Delta < A + b$  будет равна

$$S_N = \lambda_0 \cdot \langle t' \rangle \cdot f_0 \cdot a^2 \cdot \frac{\sin^2 \left( \frac{f \cdot \tau}{2} \right)}{\pi^2 \cdot f^2}.$$

Полагая, что средняя длительность импульсов форма импульсов шума  $\tau$ , а форма близка к прямоугольной, по теореме Кэмпбелла [2] средняя амплитуда последовательности импульсов на выходе триггера Шмитта:

$$\langle V \rangle = a \cdot \tau \cdot \lambda = a \cdot \tau \cdot \lambda_0 \cdot \langle t' \rangle \cdot f_0. \quad (6)$$

На основе (5) и (6) получим формулу для вычисления спектральной плотности мощности первой гармоники:

$$S_1 = \frac{4 \cdot \langle V \rangle^2}{\pi^2} \cdot \sin^2 \left( \pi \cdot f_0 \cdot \langle t' \rangle \right) = \frac{4 \cdot a^2 \cdot \tau^2 \cdot \lambda_0^2 \cdot \langle t' \rangle^2 \cdot f_0^2}{\pi^2} \cdot \sin^2 \left( \pi \cdot f_0 \cdot \langle t' \rangle \right) \cdot \delta f.$$

Тогда отношение сигнал/шум в первом диапазоне  $\Delta$  будет равно

$$SNR_{OUT} = \frac{S_1}{S_N} = \frac{4 \cdot \tau^2 \cdot \lambda_0 \cdot \langle t' \rangle \cdot f_0 \cdot \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \cdot f_0 \cdot \langle t' \rangle \right) \cdot f^2 \cdot \delta \left( \frac{\pi}{2} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \cdot f \cdot \tau \right)}. \quad (7)$$

Во втором диапазоне, при отсутствии периодического возмущения, сигнал на выходе триггера Шмитта аналогичен сигналу на входе [5, с. 32]. При условии периодического воздействия, в моменты  $\Delta > A - b \cdot \cos \left( \frac{\pi}{2} \cdot f_0 \cdot t \right)$  происходит «пропадание» импульсов шума на выходе триггера. Отношение сигнал/шум для указанного процесса также описывается формулой (2), за исключением входящего в нее выражения  $\langle t' \rangle$  средней деятельности периодических импульсов, которая в данном случае будет равна  $\langle t'' \rangle = T - \langle t' \rangle$  и с учетом разложения подынтегрального выражения в ряд, запишется как:

$$\begin{aligned} \langle t'' \rangle \approx & \frac{1}{f_0} - \frac{b}{\pi f_0 \cdot (b + \Delta - A)} \left( 1 - \frac{\pi}{2} \frac{(A - \Delta)}{b} + \frac{1}{2} \left( \frac{A - \Delta}{b} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{24} \left( \frac{A - \Delta}{b} \right)^4 + \frac{1}{80} \left( \frac{A - \Delta}{b} \right)^6 + \frac{15}{2688} \left( \frac{A - \Delta}{b} \right)^8 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Как следует из выражения (8), расчетная зависимость отношения сигнал/шум на выходе триггера Шмитта от амплитуды входных сигналов, определяемая выражением (2) имеет резонансный характер (рис. 2), что качественно согласуется с экспериментальными результатами и свидетельствует о справедливости представленной теоретической модели.

Таким образом, теоретически показана и экспериментально установлена возможность существенного повышения чувствительности входной цепи приемной системы, что может использоваться при регистрации слабых радиочастотных сигналов различного назначения, в том числе в методе двойного ядерного квадрупольного резонанса. Необходимыми предпосылками данного процесса являются: наличие бистабильной электронной цепи с определенным порогом срабатывания и дополнительное преобразование спектра шумовой составляющей сигнала к форме, соответствующей спектральной плотности импульсного шума.

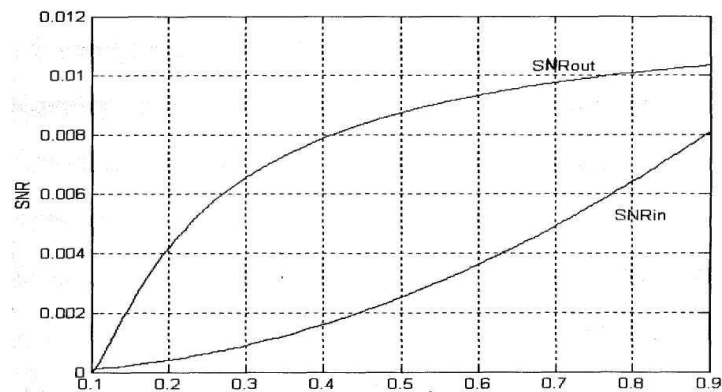


Рис. 2. Теоретические графики зависимости отношения сигнал/шум на входе и выходе схемы

### Список литературы

1. Гречишкин В. С., Гречишкина Р. В., Шпилевой А. А., Персичкин А. А., Хун Хео // Оптика и спектроскопия. 2003. Т. 94, №3.
2. Neiman A., Shimansk-Geier L., Moss F. // Phys. Rev. 1997. E 57. R 9.
3. Анищенко В. С., Постнов Д. Э. // Радиотехника и электроника. 1994. Вып. 12.
4. Петров М. Ю. // Труды 2-го совещания по проекту НАТО «SfP-973799 Semiconductors». Н. Новгород, 2002. С. 364.
5. Гречишкин В. С., Гречишкина Р. В., Шпилевой А. А., Персичкин А. А. // Оптика и спектроскопия. 2002. Т. 93, №4.

### Об авторах

А. А. Шпилевой – канд. физ.-мат. наук, доц., РГУ им. И. Канта, ashpilevoi@kantiana.ru  
 А. А. Персичкин – асп., РГУ им. И. Канта.

## **Authors**

A. Shpilevoy – Dr., IKSUR.

A. Persichkin – PhD student, IKSUR.