УДК 537.86

А. А. Персичкин, А. А. Шпилевой

ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ШУМ СМЕСИ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА И УЗКОПОЛОСНОГО ШУМА

Предложен алгоритм определения отношения сигнал/шум для смеси сигнала и узкополосного шума при различных уровнях шума, что может использоваться при разных способах обработки сигналов.

The algorithm of definition of the attitude a signal/noise for a mix of a signal and narrow-band noise is offered at various noise levels that can be used at various ways of processing of signals.

Ключевые слова: узкополосный шум, отношение сигнал/шум, дисперсия шума, фильтрация.

Key words: narrow-band noise, the attitude a signal/noise, dispersion of noise, filtration.

Из наблюдений, сделанных в ходе работ по спектральному анализу, следует, что при повторении эксперимента с одинаковыми условиями амплитуда спектральной линии на частоте полезного сигнала испытывает девиацию, что, очевидно, связано с наложением на гармонический сигнал шумовой составляющей. Предполагается, что данный эффект можно использовать для вычисления SNR для гармонических сигналов, смешанных с узкополосным шумом, так как проблема определения отношения сигнал/шум для таких сигналов связана с тем, что в их спектре отсутствует шумовое основание, которое является количественной мерой мощности шума. Действительно, в случае пропускания шума через узкополосный фильтр с центральной частотой f_0 на его выходе получаем гармоническое колебание вида [1]

$$x(t) = U(t)\cdot\cos(2\cdot\pi\cdot f_0 + \phi(t)),$$

где функция $U(t)$ соответствует распределению по закону Рэлея с математическим ожиданием $m_U = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\cdot\delta$.

Согласно [1; 2] сумма гармонического сигнала с амплитудой B узкополосного шума подчинена распределению Райса

$$p(U,\phi) = \frac{U}{2\cdot\pi\cdot\delta^2}\cdot\exp\left(-\frac{U^2+B^2-2\cdot B\cdot U\cdot\cos(\phi)}{2\cdot\delta^2}\right).$$

Реализация смеси узкополосного шума, образованного полосовым фильтром с полосой 100 Гц с центральной частотой 2000 Гц и гармонического сигнала такой же частоты, представлена на рисунке 1.

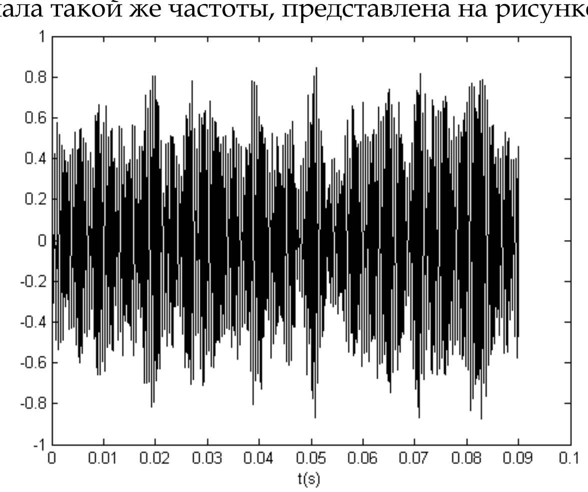

Рис. 1. Реализация смеси узкополосного шума и гармонического сигнала

С учетом того, что фаза распределена равномерно, одномерная плотность вероятности указанного процесса

$$p(U) = \int_0^{2\pi} p(U,\phi)\partial\phi = \frac{U}{\delta^2}\cdot\exp\left(-\frac{U^2+B^2}{2\cdot\delta^2}\right)\cdot I_0\left(\frac{U\cdot B}{\delta^2}\right),$$

где I_0 — модифицированная функция Бесселя.

Анализ функций плотности вероятности процесса, распределенного по закону Райса, при разных отношениях $\alpha = B/\delta$ показывает, что при $\alpha > 3$ распределение плотности вероятности достаточно точно приближается к нормальному.

Аналогично при указанных условиях из огибающей реализации узкополосного процесса возможно вычислить амплитуду полезного сигнала, которая будет равна математическому ожиданию, а также дисперсию шума. На основе этого измерения SNR предлагается проводить не в частотной, а во временной области по следующей методике:

1) обрабатываем смесь полезного гармонического сигнала и узкополосного шума при помощи амплитудного детектора (рис. 2);

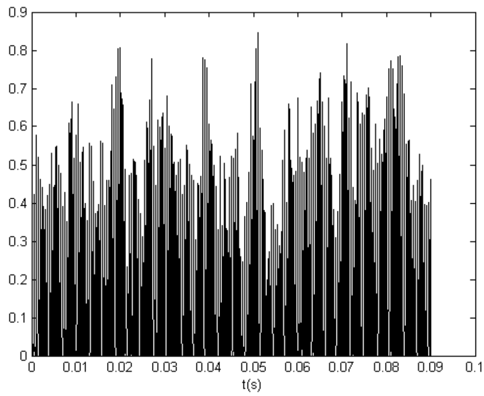

Рис. 2. Результат амплитудного детектирования смеси гармонического сигнала и узкополосного шума

2) фильтром низкой частоты с частотой среза $F_c << f_0$ выделяем огибающую (рис. 3);

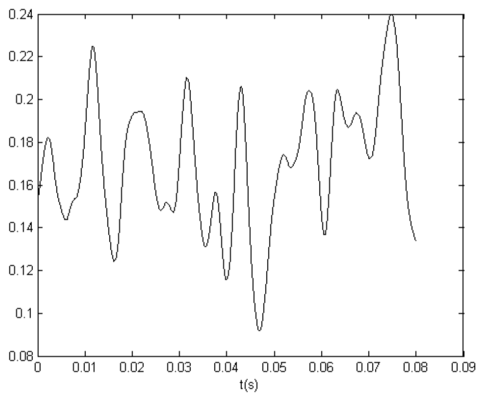

Рис. 3. Результат выделения низкочастотной огибающей после амплитудного детектирования смеси гармонического сигнала и узкополосного шума

3) вычисляем амплитуду B гармонического сигнала как среднее значение от огибающей;

4) исходя из этого определяем среднеквадратичное значение шума и получаем искомое выражение для отношения сигнал/шум по мощности: $SNR = B/\delta = \alpha$.

Для измерения отношений сигнал/шум при $\alpha < 3$ предлагается теоретически изучить зависимость измеряемого SNR_m от истинного значения $SNR = B/\delta$ и на основе полученных результатов ввести корректирующие коэффициенты. В этом случае закон распределения Райса можно переписать в виде

$$p(U) = \frac{U}{\delta^2} \cdot \exp\left(-\frac{U^2}{2\cdot\delta^2} - \frac{SNR^2}{2}\right) \cdot I_0\left(\frac{U}{2\cdot\delta} \cdot SNR\right).$$

Для оценки энергетических параметров полезного сигнала используем квадрат математического ожидания

$$M_1(SNR) = \int_0^\infty U \cdot p(U)\partial U,$$

параметров шума — дисперсию огибающей:

$$D(SNR) = \int_0^\infty (U - M_1)^2 \cdot p(U)\partial U.$$

Соответственно, $SNR_m = \frac{M_1}{\sqrt{D}}$.

При вычислении указанных интегралов возникают трудности, связанные со сложностью аналитического представления функции Райса в широком диапазоне значений переменных [3]. Существующие подходы к ее вычислению [3; 4] не затрагивают нашего диапазона. Поэтому вычисления проводились численными методами в среде MATLAB [5].

На практике более интересна обратная зависимость — истинного отношения сигнал/шум от измеряемого, представленная на рисунке 4.

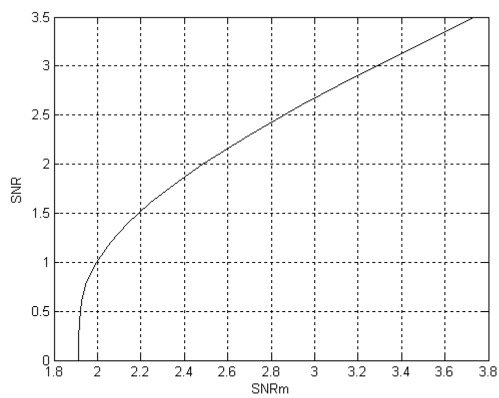

Рис. 4. Зависимость истинного значения отношения сигнал/шум от измеряемого при $\alpha < 3$ и $\delta = 1$

Указанная зависимость достаточно точно аппроксимируется выражением

$$SNR = \sqrt[8]{\left(\frac{SNR_m - 3,66}{0,37}\right)^3}.$$

В соответствии с полученными результатами можно предложить следующий алгоритм определения отношения сигнал/шум для смеси гармонического сигнала и узкополосного шума при $\alpha < 3$:

1) выполняется настройка измерительного оборудования, в результате чего добиваются отношения $\delta = 1$. При этом измеряется среднее значение шума в отсутствие сигнала. В данном случае шум будет распределен по закону Релея и среднеквадратичное значение находится из среднего по формуле [3] $\delta = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \overline{m}$;

2) производится измерение среднего значения и дисперсии смеси гармонического сигнала и узкополосного шума и по приведенной формуле вычисляется искомое отношение сигнал/шум;

3) по формуле (1) находится фактическое отношение сигнал/шум.

Список литературы

1. *Баскаков С. И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М., 2009.
2. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1 : Случайные процессы. М., 1986.
3. *Черпаков В. Г.* Функции Бесселя и Релея-Райса в прикладной математике. М., 1997.
4. *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. СПб., 1995.
5. *Кетков Ю., Кетков А., Шульц М.* MATLAB программирование численных методов. СПб., 2011.

Об авторах

Андрей Андреевич Персичкин — ассист., Балтийский федеральный университет им. И. Канта.

E-mail: persichkinaa@mail.ru

Андрей Алексеевич Шпилевой — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта.

E-mail: AShpilevoi@kantiana.ru

Authors

Andrey Persichkin — lecturer, I. Kant Baltic Federal University.

E-mail: persichkinaa@mail.ru

Dr Andrey Shpilevoy — assistant professor, I. Kant Baltic Federal University.

E-mail: AShpilevoi@kantiana.ru