

Дифференциальная геометрия многообразий фигур

Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Чебоксары, 2006. №5 (52).
С. 18—20.

3. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г. и др.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Пробл. геом. / ВИНТИ. М., 1979. Т. 9.

4. *Шевченко Ю.И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000.

O. Belova

THE CURVATURE TENSOR OF CONNECTION
IN THE FIBERING OVER GRASSMAN-LIKE MANIFOLD
OF CENTRED PLANES

Four basic ways and one generalizing way of continuations of the equations for Grassman-like manifold of centred planes are considered. The structure equations for the forms of group connection in the principal fibering associated with Grassman-like manifold are found. The expressions for the curvature object of a group connection by the components of the connection object, fundamental object of 1st order and phaffian derivatives of the components of this objects are obtained. It is shown, that in every basic case the curvature object of connection is a tensor. It contains 2 elementary and 2 simple subtensors. Using a generalizing way we have a tensor in the differential equations for the components of curvature object. This tensor is called virtual as it vanishes in the basic cases.

УДК 514.75

С. Ю. Волкова

*(Балтийский военно-морской институт
им. Ф. Ф. Ушакова, г. Калининград)*

**ПЛОСКОСТИ НОРДЕНА — ТИМОФЕЕВА
РЕГУЛЯРНОЙ КАСАТЕЛЬНО r -ОСНАЩЕННОЙ
ГИПЕРПОЛОСЫ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА**

Дано задание гиперполосы $H_{m(r)}$ в репере 1-го порядка и доказана теорема существования. Рассмотрены однопараметрические пучки ТЛ-виртуальных нормалей

1-го и 2-го рода в дифференциальных окрестностях третьего порядка. Показано, что инвариантное поле ТЛ-виртуальных нормалей 1-го рода индуцирует (порождает) инвариантное поле плоскостей Нордена — Тимофеева — поле нормалей 2-го рода гиперполосы $H_{m(r)}$.

Схема использования индексов такова:

$$\begin{aligned} I, J, K = \overline{1, n}; \quad \bar{I}, \bar{J}, \bar{K} = \overline{0, n}; \quad p, q, t = \overline{1, r}; \quad a, b, c = \overline{r+1, m}; \\ i, j, k = \overline{1, m}; \quad \alpha, \beta, \gamma = \overline{m+1, n-1}; \quad \hat{A} = \overline{r+1, n}; \\ s = m-r; \quad i = \{a, p\}; \quad \hat{\alpha} = \{\alpha, n\}. \end{aligned}$$

1. Символ δ обозначает дифференцирование по вторичным параметрам, а значения форм $\omega_{\bar{K}}^{\bar{J}}$ при фиксированных главных параметрах обозначаются через $\pi_{\bar{K}}^{\bar{J}}$. При операции дифференцирования используется оператор:

$$\nabla H_{\bar{K}}^{\bar{J}} = dH_{\bar{K}}^{\bar{J}} + H_{\bar{K}}^{\bar{L}} \omega_{\bar{L}}^{\bar{J}} - H_{\bar{L}}^{\bar{J}} \omega_{\bar{K}}^{\bar{L}}.$$

2. $[\Lambda, L]$ — плоскость, натянутая на плоскости Λ и L .

§ 1. Задание касательно r -оснащенной регулярной гиперполосы $H_{m(r)}$ в репере 1-го порядка

Рассмотрим регулярную гиперполосу H_m , базисная поверхность V_m которой оснащена полем касательных r -мерных плоскостей Λ , т. е. $\Lambda(A) \subset T_m(A)$.

Регулярную гиперполосу H_m , оснащенную полем касательных плоскостей Λ , назовем касательно r -оснащенной гиперполосой и обозначим символом $H_{m(r)}$.

Присоединим к гиперполосе $H_{m(r)}$ точечный репер $\{A_{\bar{J}}\}$ следующим образом: точку A_0 совместим с точкой $A \in V_m$,

Дифференциальная геометрия многообразий фигур

точки $\{A_p\}$ возьмем в плоскости $\Lambda(A_0)$, точки $\{A_\alpha\}$ поместим в касательную плоскость T_m базисной поверхности $V_m \subset H_{m(r)}$, а точки $\{A_\alpha\}$ — в характеристику $X_{n-m-1}(A_0)$ гиперполосы $H_{m(r)}$, точку A_n выбираем произвольно, но так, чтобы она с остальными точками образовывала репер $\{A_{\bar{j}}\}$, т. е. $A_n \notin \tau^n$.

Выбранный репер $\{A_{\bar{j}}\}$ является точечным репером 1-го порядка. В этом репере базисная поверхность V_m гиперполосы $H_{m(r)}$ задается уравнениями:

$$\omega_0^n = 0, \quad \omega_0^\alpha = 0. \quad (1.1)$$

Так как $\{A_\alpha\} \subset X_{n-m-1}$, то

$$\omega_\alpha^n = 0. \quad (1.2)$$

При фиксации точки A_0 плоскости $\Lambda(A_0)$ и $X_{n-m-1}(A_0)$ неподвижны. Следовательно, имеем

$$\pi_0^i = 0, \quad \pi_p^a = 0, \quad \pi_p^{\bar{\alpha}} = 0, \quad \pi_a^{\bar{\alpha}} = 0, \quad \pi_\alpha^i = 0.$$

Примем формы $\{\omega_0^i\} = \{\omega_0^a, \omega_0^p\}$ за базисные формы гиперполосы $H_{m(r)}$ и запишем разложения остальных главных форм по этим базисным формам:

$$\omega_i^n = \Lambda_{ij}^n \omega^j, \quad \omega_\alpha^i = \Lambda_{\alpha j}^i \omega^j, \quad \omega_i^\alpha = \Lambda_{ij}^\alpha \omega^j, \quad \omega_p^a = \Lambda_{pj}^a \omega^j. \quad (1.3)$$

Замыкая уравнения (1.1), (1.2), с учетом (1.3), получаем:

$$\Lambda_{[ij]}^n = 0, \quad \Lambda_{[ij]}^\alpha = 0, \quad \Lambda_{\alpha[i} \Lambda_{j]k}^n = 0. \quad (1.4)$$

Аналогично, замыкая уравнения (1.3), с учетом (1.1), (1.2), приходим к уравнениям

$$\begin{cases} \nabla \Lambda_{ij}^n + \Lambda_{ij}^n \omega_0^0 = \Lambda_{ijk}^n \omega^k, & \nabla \Lambda_{ij}^\alpha + \Lambda_{ij}^\alpha \omega_0^0 + \Lambda_{ij}^n \omega_n^\alpha = \Lambda_{ijk}^\alpha \omega^k, \\ \nabla \Lambda_{\alpha j}^i + \Lambda_{\alpha j}^i \omega_0^0 - \delta_j^i \omega_\alpha^0 = \Lambda_{\alpha jk}^i \omega^k, \\ \nabla \Lambda_{pj}^a + \Lambda_{pj}^a \omega_0^0 + \Lambda_{pj}^n \omega_n^a - \delta_j^a \omega_p^0 = \Lambda_{pjk}^a \omega^k. \end{cases} \quad (1.5)$$

Из (1.5) следует, что совокупность величин $\{\Lambda_{ij}^n\}$ образует невырожденный симметрический тензор 1-го порядка. Тензор $\{\Lambda_{ij}^n\}$ назовем главным фундаментальным тензором гиперполосы $H_{m(r)}$. Рассмотрим обратный ему тензор $\{\Lambda_n^{ij}\}$, компоненты которого подчинены условиям

$$\Lambda_{ij}^n \Lambda_n^{jk} = \delta_i^k, \quad \nabla \Lambda_n^{ij} - \Lambda_n^{ij} \omega_0^0 = \Lambda_k^{ij} \omega^k. \quad (1.6)$$

Тензор $\{\Lambda_n^{ij}\}$ симметричен по индексам i, j , как это следует из (1.6). Таким образом, в репере R_1 гиперполоса $H_{m(r)}$ задается уравнениями (1.1)—(1.3), (1.5) и соотношениями (1.4).

Геометрические объекты $\Gamma_2 = \{\Lambda_{ij}^n, \Lambda_{ij}^\alpha, \Lambda_{\alpha j}^i, \Lambda_{pj}^a\}$, $\Gamma_3 = \{ \Gamma_2, \Lambda_{ijk}^n, \Lambda_{ijk}^\alpha, \Lambda_{pjk}^a \}$ являются фундаментальными объектами соответственно 2-го и 3-го порядков гиперполосы $H_{m(r)}$.

Имеет место теорема существования гиперполосы $H_{m(r)}$ [1]:

Теорема 1. *Касательно r -оснащенная гиперполоса $H_{m(r)} \subset P_n$ существует и определяется с произволом $rs + (2n - 2m - 1)$ функций m аргументов.*

§ 2. ТЛ-виртуальные нормали 1-го и 2-го рода оснащенных Λ -плоскостей

Определение. s -мерная плоскость $L(A_0) \subset T_m(A_0)$, удовлетворяющая условиям $L(A_0) \cap \Lambda(A_0) = A_0$, $[L(A_0), \Lambda(A_0)] = T_m(A_0)$, $A_0 \in L(A_0)$, называется ТЛ-виртуальной нормалью 1-го рода данной Λ -плоскости. Плоскость $N_{r-1}(A_0) \subset \Lambda(A_0)$, не проходящая через точку A_0 , называется ТЛ-виртуальной нормалью второго рода Λ -плоскости.

Дифференциальная геометрия многообразий фигур

ТЛ-виртуальную нормаль 1-го рода $L(A_0)$ (L -плоскость) зададим точкой A_0 и точками $T_a = A_i + v_a^p A_p$, т.е. $L(A_0) = [A_0, T_a]$. Поле L -плоскостей в репере R_1 определяется системой дифференциальных уравнений

$$\nabla v_a^p + \omega_a^p = v_{ak}^p \omega_0^k.$$

Каждая нормаль $N_{m-1}(A_0)$ второго рода гиперполосы $H_{m(r)}[2]$ порождает ТЛ-виртуальную нормаль 2-го рода $\{v_i^0\}$

$$N_{r-1}(A_0) = N_{m-1}(A_0) \cap \Lambda(A_0) = [N_p] = [A_p + v_p^0 A_0]$$

и ТЛ-виртуальную нормаль 2-го рода

$$N_{s-1}(A_0) = N_{m-1}(A_0) \cap L(A_0) = [M_a] = [A_a + v_a^p A_p + \hat{v}_a^0 A_0],$$

где

$$\hat{v}_a^0 = v_a^0 + v_p^0 v_a^p, \quad \nabla \hat{v}_a^0 + v_a^p \omega_p^0 + \omega_a^0 = \hat{v}_{ak}^0 \omega^k.$$

Плоскости $N_{r-1}(A_0)$ и $N_{s-1}(A_0)$ задаются соответственно следующими конечными уравнениями:

$$N_{r-1}(A_0) : \begin{cases} x^{\hat{A}} = 0, \\ x^0 - v_p^0 x^p = 0, \end{cases} \quad N_{s-1}(A_0) : \begin{cases} x^0 - v_i^0 x^i = 0, \\ x^p - v_a^p x^a = 0, \\ x^{\hat{a}} = 0. \end{cases}$$

В общем случае при $m-r \leq \frac{r(r+1)}{2}$ из компонент объекта

$\{\Lambda_{pq}^a\}$ может быть построен относительный инвариант $\mathfrak{I} \neq 0$

[3], а затем обращенный тензор $\Lambda_b^{pq} = \frac{\partial \ln \mathfrak{I}}{\partial \Lambda_{pq}^b}$ для тензора

Λ_{pq}^a , где

$$\Lambda_b^{pq} \Lambda_{qp}^a = r \delta_b^a, \quad \Lambda_b^{pq} \cdot a_{qt}^b = (m-r) \delta_t^p, \quad a_{pq}^b = \frac{1}{2} (\Lambda_{pq}^b + \Lambda_{qp}^b).$$

Следуя работе [4], рассмотрим биекцию между ТЛ-виртуальными нормальными 1-го и 2-го рода, определяемую по формуле:

$$v_a^p = -(\Lambda_{qa}^b + \delta_a^b v_q^0) \Lambda_b^{qt} T_t^p, \quad (2.1)$$

где T_t^p — обратный тензор для тензора $T_p^t = \Lambda_{pq}^b \Lambda_b^{qt}$.

Пучок нормалей 2-го рода (F_i, W_i) гиперполосы $H_{m(r)}$ [2] индуцирует пучок ТЛ-виртуальных нормалей второго рода (f, w) :

$$v_p^0(\tau) = W_p^0 + \tau(F_p^0 - W_p^0). \quad (2.2)$$

Относительно репера R_1 уравнения его $(r-2)$ -мерной вершины C_{r-2} имеют вид

$$x^{\hat{a}} = 0, \quad x^i = 0, \quad x^0 - F_p^0 x^p = 0, \quad x^0 - W_p^0 x^p = 0.$$

ТЛ-виртуальным нормальным второго рода $F_{r-1}\{F_p^0\}$ и $W_{r-1}\{W_p^0\}$, порождающим этот пучок (f, w) (2.2), в биекции (2.1) соответствуют ТЛ-виртуальные нормали 1-го рода F_s и W_s , определяемые квазитензорами:

$$\begin{aligned} F_s : F_a^p &= -(\Lambda_{qa}^b + \delta_a^b F_q^0) \Lambda_b^{qt} T_t^p, \\ W_s : W_a^p &= -(\Lambda_{qa}^b + \delta_a^b W_q^0) \Lambda_b^{qt} T_t^p. \end{aligned}$$

Таким образом, в каждой точке $A_0 \in V_m$ плоскости $F_s(A_0)$ и $W_s(A_0)$ задают однопараметрический пучок ТЛ-виртуальных нормалей 1-го рода:

$$\Phi_a^p(\sigma) = F_a^p + \sigma(F_a^p - W_a^p), \quad (2.3)$$

где σ абсолютный инвариант.

Величины $F_a^p - W_a^p \stackrel{def}{=} \Phi_a^p$ являются компонентами тензора третьего порядка.

Дифференциальная геометрия многообразий фигур

Кроме того, отметим, что в каждой ТЛ-виртуальной нормали 1-го рода пучок нормалей 2-го рода гиперполосы индуцирует пучок ТЛ-виртуальных нормалей второго рода, $(s-2)$ -мерная ось которого определяется уравнениями:

$$\begin{cases} x^{\hat{a}} = 0, & x^0 - \widehat{F}_a^0(\nu)x^a = 0, \\ x^p - \nu_a^p x^a = 0, & [F_a^0(\nu) - \widehat{W}_a^0(\nu)]x^a = 0, \end{cases} \quad (2.4)$$

где $\widehat{F}_a^0(\nu) = F_a^0 + F_p^0 \nu_a^p$, $\widehat{W}_a^0(\nu) = W_a^0 + W_p^0 \nu_a^p$.

В результате приходим к следующей теореме.

Теорема 2. В дифференциальной окрестности третьего порядка пучок нормалей второго рода гиперполосы $H_{m(r)}$ порождает однопараметрические пучки (2.2), (2.3) ТЛ-виртуальных нормалей 1-го и 2-го рода, соответствующих друг другу в биекции (2.1), а в каждой ТЛ-виртуальной нормали 1-го рода — однопараметрический пучок ТЛ-виртуальных нормалей второго рода с осью (2.4).

§ 3. Фокальные образы, ассоциированные с гиперполосой $H_{m(r)}$. Плоскость Нордена — Тимофеева

Поле нормалей первого рода N_{n-m} и поле касательно оснащающих Λ -плоскостей определяют на базисной поверхности V_m гиперполосы $H_{m(r)}$ поле $(n-s)$ -плоскостей $N_{n-s} = [N_{n-m}, \Lambda]$ (поле N -плоскостей, $s=m-r$). Относительно локального репера $R_1(N)$ уравнения, определяющие плоскость $N(A_0)$ поля N -плоскостей, имеют вид $x^a = 0$.

Пусть квазитензор $\{\nu_a^p\}$ задает произвольную инвариантную ТЛ-виртуальную нормаль 1-го рода ν_s (ν_s -плоскость). При смещении точки A_0 вдоль кривых

$$\omega_0^{\hat{a}} = 0, \quad \omega^p - \nu_a^p \omega^a = 0,$$

принадлежащих полю ν_s -плоскостей, координаты точек фокального многообразия N -плоскости удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{cases} x^a = 0, & \rho^{\bar{a}} = 0, \\ [\delta_b^a x^0 + (\Lambda_{pb}^a + \Lambda_{pq}^a \nu_b^q) x^p + (\Lambda_{cb}^a + \Lambda_{cp}^a \nu_b^p) x^c + (\Lambda_{nb}^a + \Lambda_{np}^a \nu_b^p) x^n] \rho^b = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

Так как ρ^b не все равны нулю, то из (3.1) следует:

$$\begin{cases} x^a = 0, \\ \det \left\| \delta_b^a x^0 + (\Lambda_{pb}^a + \Lambda_{pq}^a \nu_b^q) x^p + (\Lambda_{cb}^a + \Lambda_{cp}^a \nu_b^p) x^c + (\Lambda_{nb}^a + \Lambda_{np}^a \nu_b^p) x^n \right\| = 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Уравнения (3.2) в общем случае определяют алгебраическое многообразие размерности $(n-s-1)$ порядка $s=m-r$, которое обозначим $\Phi_{n-s-1}(N, \nu)$. Это многообразие лежит в N -плоскости. Соответствующая Λ -плоскость пересекает многообразие $\Phi_{n-s-1}(N, \nu)$ по алгебраическому многообразию $\Phi_{r-1}(\Lambda, \nu)$ порядка s и размерности $(r-1)$:

$$\begin{cases} x^a = 0, & (x^{\bar{a}} = 0), \\ \det \left\| \delta_b^a x^0 + (\Lambda_{pb}^a + \nu_b^q \Lambda_{pq}^a) x^p \right\| = 0. \end{cases} \quad (3.3)$$

Линейная поляра точки A_0 относительно многообразия (3.3) — есть плоскость $\varepsilon_{r-1}(A) \subset \Lambda(A_0)$, которая задается уравнениями

$$x^{\bar{A}} = 0, \quad x^0 - \varepsilon_p^0 x^p = 0, \quad (3.4)$$

где

$$\varepsilon_p^0 = -\frac{1}{s} (\Lambda_{pa}^a + \nu_a^q \Lambda_{pq}^a), \quad \nabla \varepsilon_p^0 + \omega_p^0 = \varepsilon_{pk}^0 \omega_0^k. \quad (3.5)$$

Таким образом, поле квазитензора $\{\varepsilon_p^0\}$, определяемое уравнениями (3.5), задает поле ТЛ-виртуальных нормалей 2-го рода, соответствующих полю ТЛ-виртуальных нормалей 1-го рода $\nu_s \{v_a^q\}$ в проективитете Бомпьяни — Пантани.

Дифференциальная геометрия многообразий фигур

Поле внутренних инвариантных нормалей 1-го рода N_{n-m} и поле v_s -плоскостей порождают на базисной поверхности V_m гиперполосы поле внутренних инвариантных $(n-r)$ -плоскостей Ω_{n-r} (поле Ω -плоскостей), т.е. $\Omega_{n-r}(A_0) = [N_{n-m}(A_0), v_s(A_0)]$, $\forall A_0 \in V_m$. Конечные уравнения плоскости $\Omega_{n-r}(A_0)$ (нормаль 1-го рода, соответствующей Λ -плоскости) имеют вид:

$$x^P - v_a^P x^a = 0.$$

Аналогично находим, что система уравнений

$$\begin{cases} x^P - v_a^P x^a = 0, \\ \det \left\| \delta_q^p x^0 + (v_{aq}^p - v_b^p v_a^t \Lambda_{tq}^b) x^a + (A_{\alpha q}^p - v_b^p \Lambda_{\alpha q}^b) x^\alpha + (A_{nq}^p - v_b^p \Lambda_{nq}^b) x^n \right\| = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

определяет фокальное многообразие $\Psi_{n-r-1}(\Omega, \Lambda)$, соответствующее смещениям точки A_0 по кривым, принадлежащим полю Λ -плоскостей. В общем случае это алгебраическое многообразие размерности $(n-r-1)$ порядка r . Многообразие $\Psi_{n-r-1}(\Omega, \Lambda)$ (3.6) лежит в Ω -плоскости и пересекается с соответствующей v_s -плоскостью по алгебраическому многообразию $\Psi_{s-1}(v_s, \Lambda)$ порядка r и размерности $s-1$:

$$\begin{cases} x^{\bar{\alpha}} = 0, \quad x^P = v_i^P x^i, \\ \det \left\| \delta_q^p x^0 + (v_{aq}^p - v_b^p v_a^t \Lambda_{tq}^b) x^a \right\| = 0. \end{cases} \quad (3.7)$$

Таким образом, в каждой v_s -плоскости некоторого пучка $\Gamma\Lambda$ -виртуальных нормалей 1-го рода, определяемой квазитензором $\{v_i^P\}$, уравнения (3.7) задают фокальное многообразие $\Psi_{s-1}(v_s, \Lambda)$, соответствующее смещениям точки A_0 по кривым, принадлежащим полю Λ -плоскостей. Линейная поляра точки A_0 относительно многообразия $\Psi_{s-1}(v_s, \Lambda)$ есть $(s-1)$ -плоскость $\xi_{s-1} \subset v_s(A_0)$, которая задается конечными уравнениями:

$$x^0 - \rho_a^0 x^a = 0, \quad x^p - v_a^p x^a = 0, \quad x^{\hat{\alpha}} = 0, \quad (3.8)$$

где

$$\rho_a^0 = -\frac{1}{r}(v_{ap}^p - v_a^p v_b^q \Lambda_{qp}^b).$$

Плоскость, натянутая на линейные поляры (3.4), (3.8) точки A_0 относительно фокальных многообразий $\Phi_{r-1}(\Lambda, \nu)$ (3.3) и $\Psi_{s-1}(\nu_s, \Lambda)$ (3.7), т.е. плоскость $\rho_{m-1}(A_0) = [\varepsilon_{r-1}(A_0), \xi_{s-1}(A_0)]$ (ρ -плоскость), является плоскостью Нордена — Тимофеева [5] неголономной композиции (Λ, ν_s) . Относительно локального репера $R_1(N)$ уравнения плоскости Нордена — Тимофеева $\rho_{m-1}(A_0)$ имеют вид

$$y^0 - \hat{\rho}_i^0 y^i = 0, \quad y^{\hat{\alpha}} = 0,$$

где

$$\hat{\rho}_a^0 = \rho_a^0 - \varepsilon_p^0 v_a^p, \quad \hat{\rho}_p^0 = \varepsilon_p^0.$$

Геометрическая интерпретация объекта $\{\hat{\rho}_i^0\}$ была найдена Р. Ф. Домбровским для касательно r -оснащенных поверхностей проективного пространства [4].

Теорема 3. *Поле ТЛ-виртуальных нормалей 1-го рода $\nu_s \{v_a^q\}$ индуцирует поле плоскостей Нордена — Тимофеева ρ_{m-1} — поле нормалей 2-го рода регулярной гиперполосы $H_{m(r)}$. Порядок дифференциальной окрестности, в которой внутренним образом определено поле плоскостей Нордена — Тимофеева, на единицу выше порядка дифференциальной окрестности квазитензора $\{v_a^p\}$.*

Список литературы

1. Волкова С. Ю. Гиперполосы SH_m проективного пространства / Балтийский ВМИ им. адмирала Ф. Ф. Ушакова. Калининград, 2005. Деп. в ВИНТИ РАН, № 696-В2006.

Дифференциальная геометрия многообразий фигур

2. Попов Ю. И. Общая теория регулярных гиперполос: учеб. пособие. Калининград, 1983.

3. Остиану Н. М. О геометрии многомерной поверхности проективного пространства // Тр. геом. семинара/ ВИНТИ АН СССР. 1966. Т. 1. С. 239—263.

4. Домбровский Р. Ф. Поля геометрических объектов на многомерных касательно оснащенных поверхностях в P_n // Проблемы геометрии. М., 1975. С. 153—171.

5. Норден А. П., Тимофеев Г. Н. Инвариантные признаки специальных композиций многомерных пространств // Изв. вузов. Матем. М., 1972. С. 81—89.

S. Volkova

NORDEN — TIMOFEEV PLANES OF REGULAR TANGENTIAL
r-EQUIPED HYPERSTRIP IN THE PROJECTIVE SPACE

It is shown, that invariant field of $T\Lambda$ -virtual normals of the 1-st kind induces invariant field of Norden — Timofeev planes, i. e. field of normals of 2-nd kind for the hyperstrip $H_{m(r)} \subset P_n$.

УДК 514.75

А. В. Вялова

(Калининградский государственный технический университет)

**ВНУТРЕННЕЕ ОСНАЩЕНИЕ НОРМАЛЬНО
ЦЕНТРИРОВАННОЙ ТАНГЕНЦИАЛЬНО
ВЫРОЖДЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

В n -мерном проективном пространстве P_n рассмотрена нормально центрированная [1] тангенциально вырожденная поверхность S_m^* , представленная многообразием пар плоскостей (L_h, T_r) ($m = h + r$), причем центр C каждой образующей L_h^* описывает r -мерную