2. *Сырокващина А.Н.* Параллельные перенесения нормали поверхности аффинного пространства // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград,1999. Вып. 30. С. 84 – 88.

O. Sazonova

THE REDUCTION OF THE AFFINE GROUP TO THE SPACE OF THE BILINEAR CONNECTION OVER EQUIPPED SURFACE

The affine group, operating in the n-dimensional affine space A_n, is the space of the linear connection $L_{n^2,n}$ without torsion and curvature. The representation of the surface $S_m \subset A_n$ narrow the space $L_{n^2,n}$ to the space $L_{n^2,m}$. The adaptation of the mobile base to the field of the tangential planes T_m reduce the narrowed space of linear connection $L_{n^2,m}$ to the main bundle G(S_m) with sub-group of stationarity G of tangential plane T_m as the type layer. The subsequent adaptation of the mobile base to the field of normals N_{n-m} reduce the stratification G(S_m) to the space of the bilinear connection with the type layer – the direct product GL(m)$\times$GL(n-m) of the two linear factor groups, operating in centralised planes T_m and N_{n-m}.

УДК 514.75

А.В. Скрягина
(Калининградский государственный университет)

ИНДУЦИРОВАННЫЙ ПУЧОК СВЯЗНОСТЕЙ 1-ГО ТИПА НА ПЛОСКОСТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ КАК ВЫРОЖДЕННОМ СЕМЕЙСТВЕ

В проективном пространстве плоскостная поверхность представлена как вырожденное семейство, описанное тройкой, состоящей из точки, плоской образующей и касательной плоскости. С поверхностью ассоциировано главное расслоение, типовым слоем которого является подгруппа стационарности тройки. Произведено композиционное оснащение плоскостной поверхности, состоящее в присоединении к каждой точке трёх плоскостей, дополняющих соответственно 1) точку до образующей; 2) образующую до касательной плоскости; 3) касательную плоскость до пространства. Введены понятия пучка групповых связностей 1-го типа, 1-го и 2-го предпучка, 1-го и 2-го слабого предпучка и линейных комбинаций 1-го и 2-го предпучка. Доказано, что композиционное оснащение плоскостной поверхности индуцирует пучок групповых связностей 1-го типа.

В работе индексы принимают следующие значения:

$$I,\ldots=\overline{1,n};\ u,\ldots=\overline{1,m};\ \alpha,\ldots=\overline{m+1,n};\ \ a,\ldots=\overline{1,h};\ i,\ldots=\overline{h+1,m}.$$

В n-мерном проективном пространстве P_n плоскостная поверхность X_{h+r} рассматривается как вырожденное многообразие [1] троек (A,L_h,T_m), причём точка $A(A\in L_h\subset T_m)$ и касательная плоскость T_m описывают m-мерные семейства, а образующая L_h – r-мерное семейство $(r=m-h)$ [2].

Уравнения плоскостной поверхности X_{h+r} имеют вид [3]:

$$\omega^\alpha=0,\omega_a^i=\Lambda_{aj}^i\omega^j,\omega_a^\alpha=\Lambda_{ai}^\alpha\omega^i,\omega_i^\alpha=\Lambda_{ij}^\alpha\omega^j+\Lambda_{ia}^\alpha\omega^a. \qquad (1)$$

Объект $\Lambda=\{\Lambda_{aj}^i,\Lambda_{ai}^\alpha,\Lambda_{ij}^\alpha,\Lambda_{ia}^\alpha\}$ является фундаментальным объектом многообразия X_{h+r}, причем $\Lambda_{ai}^\alpha=\Lambda_{ia}^\alpha,\Lambda_{ij}^\alpha=\Lambda_{ji}^\alpha$.

С поверхностью X_{h+r} ассоциировано главное расслоение $G(X_{h+r})$, базой которого является сама поверхность, а типовым слоем – подгруппа стационарности $G\subset GP(n)$ тройки (A,L_h,T_m), причём $dim G=n(n-m+1)+mr+h^2$. Групповая связность в главном расслоении $G(X_{h+r})$ задана по Лаптеву [4] с помощью поля объекта связности

$$\Gamma=\{\Gamma_{ai},\Gamma_{ab},\Gamma_{bi}^a,\Gamma_{bc}^a,\Gamma_{ja}^i,\Gamma_{jk}^i,\Gamma_{ij}^a,\Gamma_{ib}^a,\Gamma_{ij},\Gamma_{ia},\Gamma_{\alpha i},\Gamma_{\alpha a},\Gamma_{\alpha i}^a,\Gamma_{\alpha b}^a,\Gamma_{\beta i}^\alpha,\Gamma_{\beta a}^\alpha,\Gamma_{\alpha a}^i,\Gamma_{\alpha j}^i\}$$

Произведено композиционное оснащение поверхности X_{h+r}, состоящее в задании на ней полей трёх плоскостей

$$P_{h-1}:A\oplus P_{h-1}=L_h,\ P_{m-h-1}:L_h\oplus P_{m-h-1}=T_m,\ P_{n-m-1}:T_m+P_{n-m-1}=P_n,$$

причём оснащающие плоскости определены совокупностями точек

$$C_a=A_a+\lambda_aA,\ C_i=A_i+\lambda_i^aA_a+\lambda_iA,\ C_\alpha=A_\alpha+\lambda_\alpha^aA_a+\lambda_\alpha^iA_i+\lambda_\alpha A.$$

Объект $\lambda=\{\lambda_a,\lambda_i^a,\lambda_i,\lambda_\alpha^a,\lambda_\alpha^i,\lambda_\alpha\}$ является оснащающим квазитензором поверхности X_{h+r}. Найдём дифференциалы точек C_a,C_i,C_α, подставляя вместо дифференциалов компонент оснащающего квазитензора λ их выражения через ковариантные дифференциалы [5]:

$$dC_a = \theta_a^b C_b + \Lambda_{ai}^{\alpha}\omega^i C_\alpha + (\Lambda_{aj}^i - \lambda_\alpha^i \Lambda_{aj}^\alpha + \lambda_a \delta_j^i)\omega^j C_i + (\nabla\lambda_a + l_{ab}\omega^b + l_{ai}\omega^i)A,$$

$$dC_i = \theta_i^j C_j + [(\Lambda_{ij}^\alpha + \lambda_i^a \Lambda_{aj}^\alpha)\omega^j + \Lambda_{ia}^\alpha \omega^a]C_\alpha + (\nabla\lambda_i^a + l_{ib}^a\omega^b + l_{ij}^a\omega^j)C_a +$$
$$+(\Omega_i + L_{ia}\omega^a + L_{ij}\omega^j)A,$$

$$dC_\alpha = \theta_\alpha^\beta C_\beta + (\nabla\lambda_\alpha^i + l_{\alpha a}^i\omega^a + l_{\alpha j}^i\omega^j)C_i + (\Omega_\alpha^a + L_{\alpha b}^a\omega^b + L_{\alpha i}^a\omega^i)C_a +$$
$$+(\Omega_\alpha + L_{\alpha a}\omega^a + L_{\alpha i}\omega^i)A.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$l_{ab} = \Gamma_{ab} - \lambda_c \Gamma_{ab}^c - \lambda_a\lambda_b,$$

$$l_{ai} = \Gamma_{ai} - \lambda_b \Gamma_{ai}^b - \lambda_a\lambda_i + \lambda_a\lambda_i^b\lambda_b - \lambda_\alpha\Lambda_{ai}^\alpha + \lambda_\alpha^j\lambda_j\Lambda_{ai}^\alpha - \lambda_\alpha^j\lambda_j^b\lambda_b\Lambda_{ai}^\alpha + \lambda_\alpha^b\lambda_b\Lambda_{ai}^\alpha -$$ (5
$$-\lambda_j\Lambda_{ai}^j + \lambda_j^b\Lambda_{ai}^j\lambda_b,$$

$$l_{ib}^a = \Gamma_{ib}^a + \lambda_i^c\Gamma_{cb}^a - \lambda_j^a\Gamma_{ib}^j - \lambda_\alpha^a\Lambda_{ib}^\alpha + \lambda_\alpha^j\lambda_j^a\Lambda_{ib}^\alpha + \delta_b^a\lambda_i,$$

$$l_{ij}^a = \Gamma_{ij}^a + \lambda_i^b\Gamma_{bj}^a - \lambda_k^a\Gamma_{ij}^k + \lambda_k^a\lambda_\alpha^k\Lambda_{ij}^\alpha - \lambda_\alpha^a\Lambda_{ij}^\alpha - \lambda_i^b\lambda_k^a\Lambda_{bj}^k - \lambda_i^b\lambda_\alpha^a\Lambda_{bj}^\alpha + \lambda_i^b\lambda_\alpha^k\lambda_k^a\Lambda_{bj}^\alpha - \lambda_j^a\lambda_i,$$ (6

$$l_{ia} = \Gamma_{ia} + \lambda_i^b\Gamma_{ba} - \lambda_j\Gamma_{ia}^j - \lambda_\alpha\Lambda_{ia}^\alpha + \lambda_\alpha^j\lambda_j\Lambda_{ia}^\alpha,$$

$$l_{ij} = \Gamma_{ij} + \lambda_i^a\Gamma_{aj} - \lambda_k\Gamma_{ij}^k + \lambda_k\lambda_\alpha^k\Lambda_{ij}^\alpha - \lambda_\alpha\Lambda_{ij}^\alpha - \lambda_i^a\lambda_k\Lambda_{aj}^k + \lambda_k\lambda_\alpha^k\lambda_i^a\Lambda_{aj}^\alpha - \lambda_i^a\lambda_\alpha\Lambda_{aj}^\alpha - \lambda_j\lambda_i,$$

$$l_{\alpha a}^i = \Gamma_{\alpha a}^i + \lambda_\alpha^j\Gamma_{ja}^i - \lambda_\beta^i\Gamma_{\alpha a}^\beta - \lambda_\alpha^j\lambda_\beta^i\Lambda_{ja}^\beta,$$

$$l_{\alpha j}^i = \Gamma_{\alpha j}^i + \lambda_\alpha^k\Gamma_{kj}^i - \lambda_\beta^i\Gamma_{\alpha j}^\beta + \lambda_\alpha^a\Lambda_{aj}^i - \lambda_\alpha^a\lambda_\beta^i\Lambda_{aj}^\beta - \lambda_\alpha^k\lambda_\beta^i\Lambda_{kj}^\beta + \delta_j^i\lambda_\alpha, \tag{4}$$

$$l_{\alpha b}^a = \Gamma_{\alpha b}^a + \lambda_\alpha^c\Gamma_{cb}^a - \lambda_\beta^a\Gamma_{\alpha b}^\beta + \lambda_\alpha^i\Gamma_{ib}^a - \lambda_\beta^a\lambda_\alpha^i\Lambda_{ib}^\beta + \delta_b^a\lambda_\alpha,$$

$$l_{\alpha i}^a = \Gamma_{\alpha i}^a + \lambda_\alpha^b\Gamma_{bi}^a - \lambda_\beta^a\Gamma_{\alpha i}^\beta + \lambda_\alpha^j\Gamma_{ji}^a - \lambda_\beta^a\lambda_\alpha^b\Lambda_{bi}^\beta - \lambda_\beta^a\lambda_\alpha^j\Lambda_{ji}^\beta,$$

$$l_{\alpha a} = \Gamma_{\alpha a} + \lambda_\alpha^b\Gamma_{ba} - \lambda_\beta\Gamma_{\alpha a}^\beta + \lambda_\alpha^i\Gamma_{ia} - \lambda_\beta\lambda_\alpha^i\Lambda_{ia}^\beta,$$

$$l_{\alpha i} = \Gamma_{\alpha i} + \lambda_\alpha^j\Gamma_{ji} + \lambda_\alpha^a\Gamma_{ai} - \lambda_\beta\Gamma_{\alpha i}^\beta - \lambda_\alpha^a\lambda_\beta\Lambda_{ai}^\beta - \lambda_\beta\lambda_\alpha^j\Lambda_{ji}^\beta;$$

$$\begin{gathered} L_{ia} = l_{ia} - \lambda_b l_{ia}^b,\ L_{ij} = l_{ij} - \lambda_a l_{ij}^a,\ L_{\alpha b}^a = l_{\alpha b}^a - \lambda_i^a l_{\alpha b}^i,\ L_{\alpha i}^a = l_{\alpha i}^a - \lambda_j^a l_{\alpha i}^j, \\ L_{\alpha a} = l_{\alpha a} - \lambda_i l_{\alpha a}^i - \lambda_b l_{\alpha a}^b + \lambda_i^b\lambda_b l_{\alpha a}^i,\ L_{\alpha i} = l_{\alpha i} - \lambda_j l_{\alpha i}^j - \lambda_a l_{\alpha i}^a + \lambda_j^a\lambda_a l_{\alpha i}^j; \end{gathered} \tag{5}$$

$$\begin{gathered} \Omega_i = \nabla\lambda_i - \lambda_a\nabla\lambda_i^a,\ \Omega_\alpha^a = \nabla\lambda_\alpha^a - \lambda_i^a\nabla\lambda_\alpha^i, \\ \Omega_\alpha = \nabla\lambda_\alpha - \lambda_i\nabla\lambda_\alpha^i - \lambda_a\nabla\lambda_\alpha^a + \lambda_i^a\lambda_a\nabla\lambda_\alpha^i, \end{gathered} \tag{6}$$

причем

$$D\Omega_i = -\Omega_j \wedge \tilde{\omega}_i^j + (\ldots)_{iuv}\omega^u \wedge \omega^v,$$

$$D\Omega_\alpha^a = -\Omega_\alpha^b \wedge \tilde{\omega}_b^a - \Omega_\beta^a \wedge \tilde{\omega}_\alpha^\beta + (\ldots)_{\alpha uv}^a \omega^u \wedge \omega^v, \quad D\Omega_\alpha = -\Omega_\beta \wedge \tilde{\omega}_\alpha^\beta + (\ldots)_{\alpha uv}\omega^u \wedge \omega^v.$$

Дифференцируя выражения (4) с учётом дифференциальных сравнений на компоненты объекта связности Γ, фундаментального объекта Λ и оснащающего квазитензора λ [4], получим следующие сравнения:

$$\begin{aligned}
&\Delta l_{ab} \equiv 0, && \Delta l_{ai} - l_{ab}\omega_i^b \equiv 0,\\
&\Delta l_{ib}^a \equiv 0, && \Delta l_{ij}^a - l_{ib}^a\omega_j^b \equiv 0,\\
&\Delta l_{ia} + l_{ia}^b\omega_b \equiv 0, && \Delta l_{ij} + l_{ij}^a\omega_a - l_{ia}\omega_j^a \equiv 0,\\
&\Delta l_{\alpha a}^i \equiv 0, && \Delta l_{\alpha j}^i - l_{\alpha a}^i\omega_j^a \equiv 0,\\
&\Delta l_{\alpha b}^a + l_{\alpha b}^i\omega_i^a \equiv 0, && \Delta l_{\alpha i}^a + l_{\alpha i}^j\omega_j^a - l_{\alpha b}^a\omega_i^b \equiv 0,\\
&\Delta l_{\alpha a} + l_{\alpha a}^i\omega_i + l_{\alpha a}^b\omega_b \equiv 0, && \Delta l_{\alpha i} + l_{\alpha i}^j\omega_j + l_{\alpha i}^a\omega_a - l_{\alpha a}\omega_i^a \equiv 0.
\end{aligned}$$

Теорема 1. *Объект* $l = \{l_{ab}, l_{ai}, l_{ib}^a, l_{ij}^a, l_{ia}, l_{ij}, l_{\alpha a}^i, l_{\alpha j}^i, l_{\alpha b}^a, l_{\alpha i}^a, l_{\alpha a}, l_{\alpha i}\}$, *компоненты которого определяются формулами (4), является тензором, содержащим три простейших подтензора* $\{l_{ab}\}, \{l_{ib}^a\}$, $\{l_{\alpha a}^i\}$ *и девять простых подтензоров* $\{l_{ai}, l_{ab}\}$, $\{l_{ij}^a, l_{ib}^a\}$, $\{l_{ij}, l_{ij}^a, l_{ib}^a, l_{ia}\}$, $\{l_{ia}, l_{ia}^b\}$, $\{l_{\alpha j}^i, l_{\alpha a}^i\}$, $\{l_{\alpha i}^a, l_{\alpha j}^i, l_{\alpha a}^i, l_{\alpha b}^a\}$, $\{l_{\alpha b}^a, l_{\alpha b}^i\}$, $\{l_{\alpha i}, l_{\alpha i}^j, l_{\alpha a}^i, l_{\alpha i}^a, l_{\alpha b}^a, l_{\alpha a}\}$, $\{l_{\alpha a}, l_{\alpha a}^i, l_{\alpha a}^b\}$.

Дифференциальные сравнения величин (5) имеют вид

$$\begin{aligned}
&\Delta L_{ia} \equiv 0, && \Delta L_{ij} - L_{ia}\omega_j^a \equiv 0,\\
&\Delta L_{\alpha b}^a \equiv 0, && \Delta L_{\alpha i}^a - L_{\alpha b}^a\omega_i^b \equiv 0,\\
&\Delta L_{\alpha a} \equiv 0, && \Delta L_{\alpha i} - L_{\alpha a}\omega_i^a \equiv 0.
\end{aligned}$$

Теорема 2. *Объект* $L = \{L_{ia}, L_{ij}, L_{\alpha b}^a, L_{\alpha i}^a, L_{\alpha a}, L_{\alpha i}\}$, *компоненты которого определяются соотношениями (5), является тензором, содержащим три простейших подтензора* $\{L_{ia}\}$, $\{L_{\alpha b}^a\}$, $\{L_{\alpha a}\}$ *и три простых подтензора* $\{L_{ij}, L_{ia}\}$, $\{L_{\alpha i}^a, L_{\alpha b}^a\}$, $\{L_{\alpha i}, L_{\alpha a}\}$.

Определение. Будем говорить, что групповая связность Γ принадлежит:

– пучку связностей 1-го типа, если тензор l равен нулю, т. е. выполняются равенства

$$
\begin{aligned}
&l_{ab}=0, l_{ai}=0, l_{ib}^a=0, l_{ij}^a=0, l_{ia}=0, l_{ij}=0,\\
&l_{\alpha a}^i=0, l_{\alpha j}^i=0, l_{\alpha b}^a=0, l_{\alpha i}^a=0, l_{\alpha a}=0, l_{\alpha i}=0,
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

– пучку групповых подсвязностей 1-го типа, если $l_{ab}=0, l_{ai}=0;$

– 1-му предпучку групповых связностей, если

$$l_{ib}^a=0, l_{ij}^a=0, l_{ia}=0, \ \ l_{ij}=0;$$

– 1-му слабому предпучку групповых связностей, если $l_{ib}^a=0, l_{ij}^a=0;$

– линейной комбинации 1-го предпучка групповых связностей, если

$$L_{ij}=0, L_{ia}=0;$$

– 2-му предпучку групповых связностей, если

$$l_{\alpha a}=0, l_{\alpha i}=0, l_{\alpha j}^i=0, l_{\alpha a}^i=0, l_{\alpha i}^a=0, l_{\alpha b}^a=0;$$

– 2-му слабому предпучку групповых связностей, если

$$l_{\alpha j}^i=0, l_{\alpha a}^i=0;$$

– 1-й линейной комбинации 2-го предпучка групповых связностей, если

$$L_{\alpha i}^a=0, \ \ L_{\alpha b}^a=0;$$

– 2-й линейной комбинации 2-го предпучка групповых связностей, если

$$L_{\alpha i}=0, \ \ L_{\alpha a}=0.$$

Замечание. Принадлежность связности $\varGamma$ 1-му предпучку групповых связностей эквивалентна принадлежности 1-му слабому предпучку и линейной комбинации 1-го предпучка. Аналогично принадлежность 2-му предпучку групповых связностей эквивалентна принадлежности 2-му слабому предпучку и двум его линейным комбинациям.

Выполнение равенств (7) эквивалентно следующим соотношениям:

$$
\begin{aligned}
&\varGamma_{ab}=\lambda_c\varGamma_{ab}^c+\lambda_a\lambda_b,\\
&\varGamma_{ai}=\lambda_b\varGamma_{ai}^b+\lambda_a\lambda_i-\lambda_a\lambda_i^b\lambda_b+\lambda_\alpha\varLambda_{ai}^\alpha-\lambda_\alpha^j\lambda_j\varLambda_{ai}^\alpha+\lambda_\alpha^j\lambda_j^b\lambda_b\varLambda_{ai}^\alpha-\\
&\quad-\lambda_\alpha^b\lambda_b\varLambda_{ai}^\alpha+\lambda_j\varLambda_{ai}^j-\lambda_j^b\varLambda_{ai}^j\lambda_b,\\
&\varGamma_{ij}^a=\lambda_k^a\varGamma_{ij}^k-\lambda_i^b\varGamma_{bj}^a-\lambda_\alpha^k\lambda_k^a\varLambda_{ij}^\alpha+\lambda_\alpha^a\varLambda_{ij}^\alpha+\lambda_i^b\varLambda_{bj}^k\lambda_k^a+\lambda_i^b\varLambda_{bj}^\alpha\lambda_\alpha^a-\lambda_i^b\lambda_\alpha^k\lambda_k^a\varLambda_{bj}^\alpha+\lambda_i\lambda_j^a,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\Gamma^a_{ib} = \lambda^a_j \Gamma^j_{ib} - \lambda^c_i \Gamma^a_{cb} + \lambda^a_\alpha \Lambda^\alpha_{ib} - \lambda^j_\alpha \lambda^a_j \Lambda^\alpha_{ib} - \delta^a_b \lambda_i,\\
&\Gamma_{ij} = \lambda_k \Gamma^k_{ij} - \lambda^a_i(\lambda_b \Gamma^b_{aj} + \lambda_a \lambda_j - \lambda^b_j \lambda_a \lambda_b + \lambda^k_\alpha \lambda^b_k \lambda_b \Lambda^\alpha_{aj} - \lambda^b_\alpha \Lambda^\alpha_{aj} \lambda_b - \lambda^b_k \lambda_b \Lambda^k_{aj}) -\\
&\qquad - \lambda_k \lambda^k_\alpha \Lambda^\alpha_{ij} + \lambda_\alpha \Lambda^\alpha_{ij} + \lambda_i \lambda_j,\\
&\Gamma_{ia} = \lambda_j \Gamma^j_{ia} - \lambda^b_i(\lambda_c \Gamma^c_{ba} + \lambda_b \lambda_a) - \lambda_j \lambda^j_\alpha \Lambda^\alpha_{ia} + \lambda_\alpha \Lambda^\alpha_{ia},\\
&\Gamma^i_{\alpha j} = \lambda^i_\beta \Gamma^\beta_{\alpha j} - \lambda^k_\alpha \Gamma^i_{kj} - \lambda^a_\alpha \Lambda^i_{aj} + \lambda^a_\alpha \lambda^i_\beta \Lambda^\beta_{aj} - \delta^i_j \lambda_\alpha + \lambda^k_\alpha \Lambda^\beta_{kj} \lambda^i_\beta,\\
&\Gamma^i_{\alpha a} = \lambda^i_\beta \Gamma^\beta_{\alpha a} - \lambda^j_\alpha \Gamma^i_{ja} + \lambda^j_\alpha \lambda^i_\beta \Lambda^\beta_{ja}, \qquad\qquad (8)\\
&\Gamma^a_{\alpha i} = \lambda^a_\beta \Gamma^\beta_{\alpha i} - \lambda^b_\alpha \Gamma^a_{bi} - \lambda^j_\alpha(\lambda^a_k \Gamma^k_{ji} - \lambda^b_j \Gamma^a_{bi} - \lambda^k_\beta \lambda^a_k \Lambda^\beta_{ji} + \lambda^b_j \lambda^a_k \Lambda^k_{bi} + \lambda^b_j \Lambda^\beta_{bi} \lambda^a_\beta -\\
&\qquad - \lambda^b_j \lambda^k_\beta \lambda^a_k \Lambda^\beta_{bi} + \lambda_j \lambda^a_i) + \lambda^b_\alpha \lambda^a_\beta \Lambda^\beta_{bi},\\
&\Gamma^a_{\alpha b} = \lambda^a_\beta \Gamma^\beta_{\alpha b} - \lambda^c_\alpha \Gamma^a_{cb} - \lambda^i_\alpha(\lambda^a_j \Gamma^j_{ib} - \lambda^c_i \Gamma^a_{cb} - \lambda^j_\beta \lambda^a_j \Lambda^\beta_{ib} - \delta^a_b \lambda_i) - \delta^a_b \lambda_\alpha,\\
&\Gamma_{\alpha i} = \lambda_\beta \Gamma^\beta_{\alpha i} - \lambda^j_\alpha(\lambda_k \Gamma^k_{ji} - \lambda^a_j \lambda_b \Gamma^b_{ai} - \lambda^a_j \lambda_a \lambda_i + \lambda^a_j \lambda^b_i \lambda_a \lambda_b - \lambda^a_j \lambda^k_\beta \lambda^b_k \lambda_b \Lambda^\beta_{ai} +\\
&\qquad - \lambda^a_j \lambda^b_\beta \lambda_b \Lambda^\beta_{ai} + \lambda^a_j \lambda^b_k \lambda_b \Lambda^k_{ai} - \lambda_k \lambda^k_\beta \Lambda^\beta_{ji} + \lambda_i \lambda_j) - \lambda^a_\alpha(\lambda_b \Gamma^b_{ai} + \lambda_i \lambda_a - \lambda_b \lambda_a \lambda^b_i -\\
&\qquad - \lambda^j_\beta \lambda_j \Lambda^\beta_{ai} + \lambda^j_\beta \lambda^b_j \lambda_b \Lambda^\beta_{ai} - \lambda_b \lambda^b_\beta \Lambda^\beta_{ai} + \lambda_j \Lambda^j_{ai} - \lambda^b_j \lambda_b \Lambda^j_{ai}),\\
&\Gamma_{\alpha a} = \lambda_\beta \Gamma^\beta_{\alpha a} - \lambda^b_\alpha(\lambda_c \Gamma^c_{ba} + \lambda_a \lambda_b) - \lambda^i_\alpha(\lambda_j \Gamma^j_{ia} - \lambda^b_i \lambda_c \Gamma^c_{ba} - \lambda^b_i \lambda_b \lambda_a - \lambda_j \lambda^j_\alpha \Lambda^\alpha_{ia} +\\
&\qquad + \lambda_\alpha \Lambda^\alpha_{ia}) + \lambda_\beta \lambda^i_\alpha \Lambda^\beta_{ia}.
\end{aligned}
$$

Групповая связность может быть сведена к подсвязности $\Gamma_1 = \{\Gamma^a_{bc}, \Gamma^a_{bi}, \Gamma^\alpha_{\beta a}, \Gamma^\alpha_{\beta i}, \Gamma^i_{jk}, \Gamma^i_{ja}\} \subset \Gamma$ по формулам (8). Так возникает $m[(n-m)^2 + h^2 + r^2]$-мерный пучок групповых связностей 1-го типа.

Теорема 3. *Композиционное оснащение плоскостной поверхности X_{h+r} индуцирует пучок групповых связностей 1-го типа.*

Замечание. Если в выражения (8) вместо компонент подсвязности Γ_1 подставить охват вида $\Gamma_1 = \Gamma_1(\Lambda, \lambda)$, то получим охваты компонент объекта связности 1-го типа $\overset{01}{\Gamma}$.

Список литературы

1. *Малаховский В.С.* Дифференциальная геометрия многообразий фигур и пар фигур в однородном пространстве //k Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1969. Т. 2. С. 179 – 206.

2. *Шевченко Ю.И.* Оснащения плоскостной поверхности, рассматриваемой с трёх точек зрения // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1993. Вып. 24. С.112 –123.

3. *Скрягина А.В.* Объект кривизны на центрированной плоскостной поверхности // Докл. междунар. мат. семинара. Калининград, 2002. С. 152 – 159.

4. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Пробл. геом. / ВИНИТИ. М., 1979. Т.9. С. 5 – 247.

A. Skriagina

INDUCED BUNCH OF CONNECTIONS OF THE FIRST TYPE ON THE PLANE SURFACE AS DEGENERATED FAMILY

The centered plane surface as the degenerated family, described by triple of point, generator and tangent planes is considered in the projective space. The principal bundle associated with the surface, the typical fiber of which is a subgroup of stationarity of triple. Composition equipment of plane surface, consisted in adding to each point three planes, supplemented accordingly: 1) plane to generator; 2) generator to tangent plane; 3) tangent plane to space is made. The concepts of bunch of group connections of the first type, first and second pre-bunch, first and second weak pre-bunch and linear combination first and second pre-bunch are entered. It is proved, that composition equipment of plane surface induces bunch of group connection of the first type.

УДК 514.76

А.Я. Султанов, Н.С. Султанова
(Пензенский государственный педагогический университет)

ОБ АФФИННЫХ АВТОМОРФИЗМАХ ЛОКАЛЬНО ТРИВИАЛЬНЫХ РАССЛОЕНИЙ

Пусть (E,π,M) – гладкое локально тривиальное расслоение со стандартным слоем F; $\tilde{\nabla}$ – проектируемая линейная связность на E, а G – группа аффинных автоморфизмов расслоения (E,π,M). Доказано, что G – группа Ли и $dimG \le n^2 + (m+1)(m+n)$, где $n = dimM$, $m = dimF$.

§ 1. Основные определения и факты

Пусть (E,π,M) – гладкое локально тривиальное расслоение над связным гладким класса C^∞ многообразием M. Предположим, что