2. *Rizza G.B.* Varietá parakahleriane // Ann. Mat. Pura ed Appl. 1974. V. 98. № 4. P. 47-61.

3. *Sawaki S., Sekigawa K.* Almost Hermitian manifolds with constant holomorphic sectional curvature // J. Diff. Geom. 1974. V. 9. P. 123-134.

4. *Кобаяси Ш., Номидзу К.* Основы дифференциальной геометрии. Т. 2 М.: Наука. 1981. 416 с.

5. *Gray A., Hervella L.M.* The sixteen classes of almost Hermitian manifolds and their linear invariants// Ann. Mat., Pura ed Appl. 1980. V. 123. №4. P. 35-58.

6. *Кириченко В. Ф.* Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных метрических многообразий // Проблемы геометрии. М.,1986. Т. 18. С. 25-72.

7. *Банару М.Б.* Эрмитова геометрия 6-мерных подмногообразий алгебры Кэли // Дис. … канд. физ.-мат. наук. М.: Изд-во МПГУ, 1993. 99 с.

8. *Рашевский П.К.* Риманова геометрия и тензорный анализ. М.:Наука, 1964. 664 с.

9. *Банару М.Б.* Об одном свойстве 6-мерных эрмитовых подмногообразий алгебры Кэли / Смоленский госпединститут. Деп. в ВИНИТИ 13.11.96. № 3328-В96.

10. *Банару М.Б.* О спектрах важнейших тензоров 6-мерных эрмитовых подмногообразий алгебры Кэли // Новейшие проблемы теории поля. Казань: КГУ-КЦ РАН, 2000. С. 18-22.

11. *Картан Э.* Риманова геометрия в ортогональном репере. М.: Изд-во МГУ, 1960. 298 с.

12 *Gray A.* Some examples of almost Hermitian manifolds // Ill. J. Math. 1966. V. 10 №2. P. 353-366.

13. *Банару М.Б.* О паракелеровости 6-мерных эрмитовых подмногообразий алгебры Кэли // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1994. № 25. С. 15-18.

14. *Кириченко В.Ф.* Устойчивость почти эрмитовых структур, индуцированных 3-векторными произведениями на 6-мерных подмногообразиях алгебры Кэли: Сб. // Укр. геом. 1982. Т. 25. С. 60-68.

15. *Кириченко В.Ф.* Эрмитова геометрия шестимерных симметрических подмногообразий алгебры Кэли // Вестник МГУ. 1994. №3. С. 6-13.

16. *Банару М.Б.* О 6-мерных эрмитовых подмногообразиях алгебры Кэли // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2000. № 31. С. 6-8.

M.B. Banaru

ON PARAKAEHLERIAN AND C-PARAKAEHLERIAN MANIFOLDS

Criteria of parakaehlerianity and c-parakaehlerianity are found for almost hermitian manifolds. Exampes of 6-dimensional parakaehlerian and c-parakaehlerian are given.

УДК 514.75

О.О. Белова

(Калининградский государственный университет)

КОВАРИАНТНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ОСНАЩАЮЩЕГО КВАЗИТЕНЗОРА НА ГРАССМАНОВОМ МНОГООБРАЗИИ

Продолжено изучение групповой связности в расслоении,ассоциированном с многообразием Грассмана.Оказывается, что объект групповой связности содержит единственные простой и простейший геометрические подобъекты. Рассмотрено оснащение Бортолотти, задаваемое полем квазитензора на грассмановом многообразии. Найдены ковариантный дифференциал и ковариантные производные оснащающего квазитензора относительно групповой связности. Доказано, что ковариантные производные образуют тензор. При внешнем дифференцировании ковариантного дифференциала введен тензор неабсолютных перенесений.

Отнесем проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A,A_I\}$, деривационные формулы которого имеют вид:

$$dA = \theta A+\omega^I A_I,\ dA_I =\theta A_I +\omega_I^J A_J +\omega_I A, \quad (1)$$

где базисные формы ω^I, ω_I^J, ω_I проективной группы $GP(n)$, действующей в пространстве P_n, удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\omega^I= \omega^J\wedge\omega_J^I,\ D\omega_I =\omega_I^J \wedge\omega_J \ (I,J,K=\overline{1,n}),$$
$$D\omega_J^I =\omega_J^K \wedge\omega_K^I +\omega_J\wedge\omega^I+\delta_J^I \omega_K\wedge\omega^K. \quad (2)$$

Рассмотрим в пространстве P_n многообразие Грассмана $V=Gr(m,n)$ m-мерных плоскостей L_m. Поместим вершины A, A_a на плоскость L_m ($a,b,c,d=\overline{1,m}$; $\alpha,\beta,\gamma,\mu,\eta=\overline{m+1,n}$). Из формул (1) получаем уравнения стационарности плоскости L_m: $\omega^\alpha=0$, $\omega_a^\alpha=0$.Следовательно, ω^α, ω_a^α являются главными формами, а остальные формы ω^a, ω_b^a, ω_a, ω_α^a, ω_β^α, ω_α - вторичными. Над многообразием Грассмана V есть главное расслоение $H(V)$, типовым слоем которого служит подгруппа стационарности $H\subset GP(n)$ плоскости L_m. Зададим групповую связность в главном расслоении $H(V)$ способом Лаптева [1]. Формы связности имеют вид:

$$\tilde\omega^a=\omega^a-L_\alpha^a\,\omega^\alpha-\Gamma_\alpha^{ab}\,\omega_b^\alpha,\ \tilde\omega_b^a=\omega_b^a-L_{b\alpha}^a\,\omega^\alpha-\Gamma_{b\alpha}^{ac}\,\omega_c^\alpha,$$
$$\tilde\omega_a=\omega_a-\Gamma_{a\alpha}\omega^\alpha-\Pi_{a\alpha}^b\,\omega_b^\alpha,\ \tilde\omega_\alpha^a=\omega_\alpha^a-\Gamma_{\alpha\beta}^a\omega^\beta-\Pi_{\alpha\beta}^{ab}\omega_b^\beta, \quad (3)$$
$$\tilde\omega_\beta^\alpha=\omega_\beta^\alpha-L_{\beta\gamma}^\alpha\,\omega^\gamma-\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha a}\,\omega_a^\gamma,\ \tilde\omega_\alpha=\omega_\alpha-L_{\alpha\beta}\omega^\beta-G_{\alpha\beta}^a\omega_a^\beta,$$

причем компоненты объекта связности $\Gamma=\{L_\alpha^a,\ \Gamma_\alpha^{ab},\ L_{b\alpha}^a,\ \Gamma_{b\alpha}^{ac},\ \Gamma_{a\alpha},\ \Pi_{a\alpha}^b,$ $\Gamma_{\alpha\beta}^a\ \Pi_{\alpha\beta}^{ab},\ L_{\beta\gamma}^\alpha,\ \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha a},\ L_{\alpha\beta},\ G_{\alpha\beta}^a\}$ удовлетворяют дифференциальным сравнениям [2]:

$$
\begin{aligned}
&\Delta L^a_\alpha - L^a_{b\alpha}\omega^b + \Gamma^{ab}_\alpha \omega_b + \omega^a_\alpha \equiv 0,\ \Delta\Gamma^{ab}_\alpha + (\delta^b_c L^a_\alpha - \Gamma^{ab}_{c\alpha})\omega^c \equiv 0,\\
&\Delta L^a_{b\alpha} + (\delta^a_c \Gamma_{b\alpha} + \delta^a_b \Gamma_{c\alpha})\omega^c + (-\delta^c_b L^a_\alpha - \delta^a_b L^c_\alpha + \Gamma^{ac}_{b\alpha})\omega_c - \delta^a_b \omega_\alpha \equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^{ac}_{b\alpha} + (\delta^a_d \Pi^c_{b\alpha} + \delta^a_b \Pi^c_{d\alpha} + \delta^c_d L^a_{b\alpha})\omega^d - (\delta^d_b \Gamma^{ac}_\alpha + \delta^a_b \Gamma^{dc}_\alpha)\omega_d + \delta^c_b \omega^a_\alpha \equiv 0,\\
&\Delta\Gamma_{a\alpha} + (\Pi^b_{a\alpha} + L^b_{a\alpha})\omega_b \equiv 0,\ \Delta\Pi^b_{a\alpha} + \Gamma_{a\alpha}\omega^b + \Gamma^{cb}_{a\alpha}\omega_c + \delta^b_a \omega_\alpha \equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^a_{\alpha\beta} + \Pi_{\alpha\beta}\omega^a + \Pi^{ab}_{\alpha\beta}\omega_b + (\delta^a_b L^\gamma_{\alpha\beta} - \delta^\gamma_\alpha L^a_{b\beta})\omega^b_\gamma - L^a_\beta \omega_\alpha \equiv 0, \qquad (4)\\
&\Delta\Pi^{ab}_{\alpha\beta} + (\delta^b_c \Gamma^a_{\alpha\beta} + \delta^a_c G^b_{\alpha\beta})\omega^c + (\delta^a_c \Gamma^{\gamma b}_{\alpha\beta} - \delta^\gamma_\alpha \Gamma^{ab}_{c\beta})\omega^c_\gamma - \Gamma^{ab}_\beta \omega_\alpha \equiv 0,\\
&\Delta L^\alpha_{\beta\gamma} + \delta^\alpha_\beta \Gamma_{a\gamma}\omega^a + (\Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma} - \delta^\alpha_\beta L^a_\gamma)\omega_a - (\delta^\alpha_\beta \omega_\gamma + \delta^\alpha_\gamma \omega_\beta) \equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma} + (\delta^a_b L^\alpha_{\beta\gamma} + \delta^\alpha_\beta \Pi^a_{b\gamma})\omega^b - \delta^\alpha_\beta \Gamma^{ca}_\gamma \omega_c - \delta^\alpha_\gamma \omega^a_\beta \equiv 0,\\
&\Delta L_{\alpha\beta} + (G^a_{\alpha\beta} + \Gamma^a_{\alpha\beta})\omega_a - \Gamma_{a\beta}\omega^a_\alpha + L^\gamma_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0,\\
&\Delta G^a_{\alpha\beta} + L_{\alpha\beta}\omega^a + \Pi^{ba}_{\alpha\beta}\omega_b - \Pi^a_{c\beta}\omega^c_\alpha + \Gamma^{\gamma a}_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0,
\end{aligned}
$$

где оператор Δ действует следующим образом:

$$\Delta\Gamma^{ac}_{b\alpha} = d\Gamma^{ac}_{b\alpha} + \Gamma^{ad}_{b\alpha}\omega^c_d - \Gamma^{ac}_{b\beta}\omega^\beta_\alpha - \Gamma^{ac}_{d\alpha}\omega^d_b + \Gamma^{dc}_{b\alpha}\omega^a_d,$$

а символ $\equiv$ означает сравнение по модулю базисных форм ω^α, ω^α_a.

Теорема 1. *Объект групповой связности Γ содержит единственные простейший и простой [3] геометрические подобъекты $\Gamma_1=\{L^a_\alpha$, $\Gamma^{ab}_\alpha, L^a_{b\alpha}, \Gamma^{ac}_{b\alpha}, \Gamma_{a\alpha}, \Pi^b_{a\alpha}\}$, $\Gamma_2=\{\Gamma_1, L^\alpha_{\beta\gamma}, \Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma}\}$.*

Определение 1. Подобъект $\Gamma_3=\{L^\alpha_{\beta\gamma}, \Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma}\}$ объекта связности Γ, дополняющий простейший подобъект Γ_1 до простого подобъекта Γ_2 и не являющийся геометрическим объектом, назовем объектом псевдосвязности.

Формы групповой связности (3) подчиняются структурным уравнениям

$$
\begin{aligned}
&D\tilde\omega^a = \tilde\omega^b \wedge \tilde\omega^a_b + R^a_{\alpha\beta}\omega^\alpha \wedge \omega^\beta + R^{ab}_{\alpha\beta}\omega^\alpha \wedge \omega^\beta_b + R^{abc}_{\alpha\beta}\omega^\alpha_b \wedge \omega^\beta_c,\\
&D\tilde\omega^a_b = \tilde\omega^c_b \wedge \tilde\omega^a_c + \tilde\omega_b \wedge \tilde\omega^a + \delta^a_b \tilde\omega_c \wedge \tilde\omega^c + R^a_{b\alpha\beta}\omega^\alpha \wedge \omega^\beta + R^{ac}_{b\alpha\beta}\omega^\alpha \wedge \omega^\beta_c + R^{acd}_{b\alpha\beta}\omega^\alpha_c \wedge \omega^\beta_d,\\
&D\tilde\omega^a_\alpha = \tilde\omega^b_\alpha \wedge \tilde\omega^a_b + \tilde\omega^\beta_\alpha \wedge \tilde\omega^a_\beta + \tilde\omega_\alpha \wedge \tilde\omega^a + R^a_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta \wedge \omega^\gamma + R^{ab}_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta \wedge \omega^\gamma_b + R^{abc}_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta_b \wedge \omega^\gamma_c,\\
&D\tilde\omega^\alpha_\beta = \tilde\omega^\gamma_\beta \wedge \tilde\omega^\alpha_\gamma + \delta^\alpha_\beta \tilde\omega_a \wedge \tilde\omega^a + R^\alpha_{\beta\gamma\mu}\omega^\gamma \wedge \omega^\mu + R^{\alpha a}_{\beta\gamma\mu}\omega^\gamma \wedge \omega^\mu_a + R^{\alpha ab}_{\beta\gamma\mu}\omega^\gamma_a \wedge \omega^\mu_b, \qquad (5)\\
&D\tilde\omega_\alpha = \tilde\omega^a_\alpha \wedge \tilde\omega_a + \tilde\omega^\beta_\alpha \wedge \tilde\omega_\beta + R_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta \wedge \omega^\gamma + K^a_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta \wedge \omega^\gamma_a + K^{ab}_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta_a \wedge \omega^\gamma_b,
\end{aligned}
$$

где $R=\{R^a_{\alpha\beta}, R^{ab}_{\alpha\beta}, R^{abc}_{\alpha\beta}, R^a_{b\alpha\beta}, R^{ac}_{b\alpha\beta}, R^{acd}_{b\alpha\beta}, R_{a\alpha\beta}, K^b_{a\alpha\beta}, K^{bc}_{a\alpha\beta}, R^a_{\alpha\beta\gamma}, R^{ab}_{\alpha\beta\gamma}, R^{abc}_{\alpha\beta\gamma}, R^\alpha_{\beta\gamma\mu}$, $R^{\alpha a}_{\beta\gamma\mu}, R^{\alpha ab}_{\beta\gamma\mu}, R_{\alpha\beta\gamma}, K^a_{\alpha\beta\gamma}, K^{ab}_{\alpha\beta\gamma}\}$ – объект кривизны групповой связности, компоненты которого выражаются [4] через объект связности Γ и пфаффовы производные его компонент.

Произведем оснащение Бортолотти многообразия Грассмана, которое состоит в присоединении к каждой m-мерной плоскости L_m (n-m-1)-

мерной плоскости. P_{n-m-1}, не имеющей общих точек с плоскостью L_m. Определим плоскость P_{n-m-1} совокупностью точек $B_\alpha = A_\alpha + \lambda^a_\alpha A_a + \lambda_\alpha A$. Находя дифференциалы точек B_α и учитывая относительную инвариантность плоскости L_m, получим дифференциальные уравнения компонент оснащающего объекта $\lambda = \{\lambda^a_\alpha, \lambda_\alpha\}$

$$\begin{aligned} &d\lambda^a_\alpha + \lambda^b_\alpha \omega^a_b - \lambda^a_\beta \omega^\beta_\alpha + \lambda_\alpha \omega^a + \omega^a_\alpha = \lambda^a_{\alpha\beta}\omega^\beta + \lambda^{ab}_{\alpha\beta}\omega^\beta_b, \\ &d\lambda_\alpha - \lambda_\beta \omega^\beta_\alpha + \lambda^a_\alpha \omega_a + \omega_\alpha = \lambda_{\alpha\beta}\omega^\beta + \Lambda^a_{\alpha\beta}\omega^\beta_a. \end{aligned} \tag{6}$$

В работе [2] построен первый охват объекта связности Г с помощью объекта λ. Внося в уравнения (6) формы связности (3), найдем выражения компонент ковариантного дифференциала объекта λ относительно групповой связности, задаваемой объектом Г, через ковариантные производные

$$\nabla\lambda^a_\alpha = \nabla_\beta \lambda^a_\alpha \omega^\beta + \nabla^b_\beta \lambda^a_\alpha \omega^\beta_b, \;\; \nabla\lambda_\alpha = \nabla_\beta \lambda_\alpha \omega^\beta + \nabla^a_\beta \lambda_\alpha \omega^\beta_a,$$

где компоненты ковариантного дифференциала имеют вид:

$$\nabla\lambda^a_\alpha = d\lambda^a_\alpha + \lambda^b_\alpha \tilde{\omega}^a_b - \lambda^a_\beta \tilde{\omega}^\beta_\alpha + \lambda_\alpha \tilde{\omega}^a + \tilde{\omega}^a_\alpha, \nabla\lambda_\alpha = d\lambda_\alpha - \lambda_\beta \tilde{\omega}^\beta_\alpha + \lambda^a_\alpha \tilde{\omega}_a + \tilde{\omega}_\alpha, \tag{7}$$

а ковариантные производные выражаются по формулам

$$\begin{aligned} &\nabla_\beta \lambda^a_\alpha = \lambda^a_{\alpha\beta} - \lambda^b_\alpha L^a_{b\beta} + \lambda^a_\gamma L^\gamma_{\alpha\beta} - \lambda_\alpha L^a_\beta - \Gamma^a_{\alpha\beta}, \\ &\nabla^b_\beta \lambda^a_\alpha = \lambda^{ab}_{\alpha\beta} - \lambda^c_\alpha \Gamma^{ab}_{c\beta} + \lambda^a_\gamma L^{\gamma b}_{\alpha\beta} - \lambda_\alpha \Gamma^{ab}_\beta - \Pi^{ab}_{\alpha\beta}, \\ &\nabla_\beta \lambda_\alpha = \lambda_{\alpha\beta} - \lambda_\gamma L^\gamma_{\alpha\beta} + \lambda^a_\alpha \Gamma_{a\beta} - L_{\alpha\beta}, \;\; \nabla^a_\beta \lambda_\alpha = \Lambda^a_{\alpha\beta} + \lambda_\gamma L^{\gamma a}_{\alpha\beta} - \lambda^b_\alpha \Pi^a_{b\beta} - G^a_{\alpha\beta}. \end{aligned} \tag{8}$$

Теорема 2. *Ковариантные производные (8) оснащающего квазитензора λ в групповой связности Г образуют тензор.*

Доказательство. Продолжая дифференциальные уравнения (6) с помощью структурных уравнений (2), получим

$$\begin{aligned} &\Delta\lambda^a_{\alpha\beta} + \lambda^{ab}_{\alpha\beta}\omega_b + \lambda^a_\beta \omega_\alpha + \lambda_{\alpha\beta}\omega^a + \lambda_\alpha \omega^a_\beta \equiv 0, \\ &\Delta\lambda^{ab}_{\alpha\beta} + \lambda^a_\beta \omega^b_\alpha + \lambda^a_{\alpha\beta}\omega^b + \Lambda^b_{\alpha\beta}\omega^a + \lambda^b_\alpha \omega^a_\beta \equiv 0, \\ &\Delta\lambda_{\alpha\beta} + (\Lambda^a_{\alpha\beta} + \lambda^a_{\alpha\beta})\omega_a - \lambda_\beta \omega_\alpha - \lambda_\alpha \omega_\beta \equiv 0, \\ &\Delta\Lambda^a_{\alpha\beta} + \lambda_{\alpha\beta}\omega^a + \lambda^{ba}_{\alpha\beta}\omega_b + \lambda^a_\alpha \omega_\beta + \lambda_\beta \omega^a_\alpha \equiv 0. \end{aligned}$$

Используя уравнения (4), найдем дифференциальные сравнения для ковариантных производных (8)

$$\Delta\nabla_\beta \lambda^a_\alpha + \nabla_\beta \lambda_\alpha \omega^a + \nabla^b_\beta \lambda^a_\alpha \omega_b \equiv 0, \;\; \Delta\nabla^b_\beta \lambda^a_\alpha + \nabla^b_\beta \lambda_\alpha \omega^a + \nabla_\beta \lambda^a_\alpha \omega^b \equiv 0,$$

$$\Delta\nabla_\beta \lambda_\alpha + (\nabla^a_\beta \lambda_\alpha + \nabla_\beta \lambda^a_\alpha)\omega_a \equiv 0, \;\; \Delta\nabla^a_\beta \lambda_\alpha + \nabla_\beta \lambda_\alpha \omega^a + \nabla^a_\beta \lambda^b_\alpha \omega_b \equiv 0.$$

С помощью структурных уравнений (2) найдем внешние дифференциалы от компонент ковариантного дифференциала (7)

$$D\nabla\lambda^a_\alpha = \nabla\lambda^b_\alpha \wedge \tilde{\omega}^a_b - \nabla\lambda^a_\beta \wedge \tilde{\omega}^\beta_\alpha + \nabla\lambda_\alpha \wedge \tilde{\omega}^a + T^a_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta \wedge \omega^\gamma + T^{ab}_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta \wedge \omega^\gamma_b + T^{abc}_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta_b \wedge \omega^\gamma_c,$$

$$D\nabla\lambda_\alpha = \nabla\lambda^a_\alpha \wedge \tilde{\omega}_a - \nabla\lambda_\beta \wedge \tilde{\omega}^\beta_\alpha + T_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta \wedge \omega^\gamma + S^a_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta \wedge \omega^\gamma_a + S^{ab}_{\alpha\beta\gamma}\omega^\beta_a \wedge \omega^\gamma_b,$$

где

$$T^a_{\alpha\beta\gamma} = R^a_{\alpha\beta\gamma} + \lambda^b_\alpha R^a_{b\beta\gamma} - \lambda^a_\mu R^\mu_{\alpha\beta\gamma} + \lambda_\alpha R^a_{\beta\gamma}, \quad T_{\alpha\beta\gamma} = R_{\alpha\beta\gamma} - \lambda_\mu R^\mu_{\alpha\beta\gamma} + \lambda^a_\alpha R_{a\beta\gamma},$$

$$T^{ab}_{\alpha\beta\gamma} = R^{ab}_{\alpha\beta\gamma} + \lambda^c_\alpha R^{ab}_{c\beta\gamma} - \lambda^a_\mu R^{\mu b}_{\alpha\beta\gamma} + \lambda_\alpha R^{ab}_{\beta\gamma}, \quad S^a_{\alpha\beta\gamma} = K^a_{\alpha\beta\gamma} - \lambda_\mu R^{\mu a}_{\alpha\beta\gamma} + \lambda^b_\alpha K^a_{b\beta\gamma},$$

$$T^{abc}_{\alpha\beta\gamma} = R^{abc}_{\alpha\beta\gamma} + \lambda^d_\alpha R^{abc}_{d\beta\gamma} - \lambda^a_\mu R^{\mu bc}_{\alpha\beta\gamma} + \lambda_\alpha R^{abc}_{\beta\gamma}, \quad S^{ab}_{\alpha\beta\gamma} = K^{ab}_{\alpha\beta\gamma} - \lambda_\mu R^{\mu ab}_{\alpha\beta\gamma} + \lambda^c_\alpha K^{ab}_{c\beta\gamma}.$$

Определение 3. Объект $T=\{T^a_{\alpha\beta\gamma}, T^{ab}_{\alpha\beta\gamma}, T^{abc}_{\alpha\beta\gamma}, T_{\alpha\beta\gamma}, S^a_{\alpha\beta\gamma}, S^{ab}_{\alpha\beta\gamma}\}$ по аналогии с работой [3] назовем объектом неабсолютных перенесений.

Теорема 3. *Объект неабсолютных перенесений T образует тензор.*

Доказательство. Учитывая дифференциальные сравнения объекта кривизны R, найденные в статье [4], получим сравнения

$$\Delta T^a_{\alpha\beta\gamma} + T^{ab}_{\alpha[\beta\gamma]}\omega_b + T_{\alpha\beta\gamma}\omega^a \equiv 0, \quad \Delta T^{abc}_{\alpha\beta\gamma} + (\delta^a_d S^{bc}_{\alpha\beta\gamma} + \delta^{[b}_d T^{ac}_{\alpha[\beta\gamma}])\omega^d \equiv 0,$$

$$\Delta T^{ab}_{\alpha\beta\gamma} + 2T^{acb}_{\alpha[\beta\gamma]}\omega_c + (2\delta^b_c T^a_{\alpha\beta\gamma} + \delta^a_c S^b_{\alpha\beta\gamma})\omega^c \equiv 0 \quad \Delta T_{\alpha\beta\gamma} + (S^a_{\alpha[\beta\gamma]} + T^a_{\alpha\beta\gamma})\omega_a \equiv 0,$$

$$\Delta S^a_{\alpha\beta\gamma} + (T^{ba}_{\alpha\beta\gamma} + 2S^{ba}_{\alpha\beta\gamma})\omega_b + 2T_{\alpha\beta\gamma}\omega^a \equiv 0, \quad \Delta S^{ab}_{\alpha\beta\gamma} + T^{cab}_{\alpha\beta\gamma}\omega_c + \delta^{[a}_c S^b_{\alpha[\beta\gamma}]\omega^c \equiv 0,$$

где квадратные скобки означают альтернирование по крайним индексам в них, причем, если в скобках содержаться верхние и нижние индексы, то альтернирование производится по паре индексов.

Список литературы

1. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1979. Т. 9. 248 с.

2. *Белова О.О.* Связность в расслоении, ассоциированном с многообразием Грассмана // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2000. № 31. С. 8-11.

3 *Шевченко Ю.И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000. 113 с.

4. *Белова О.О.* Объект кривизны связности в расслоении, ассоциированном с многообразием Грассмана // Проблемы мат. и физ. наук. Калининград, 2000. С. 19-22.

O.O. Belova

THE COVARIANT DIFFERENTIAL OF EQUIPPING QUASITENSOR ON THE GRASSMAN’S MANIFOLD

Study of the group connection in stratification, associated with the Grassman's manifold, was continued. It is turned out, that object of the group connection contains only simple and simplest geometric subobjects. Bortolotti's equipment assigned by field of the quasitensor on the Grassman's manifold was cosidered.

Covariant differential and covariant derivatives of the equipping quasitensor in the group connection were found. It is proved, that covariant derivatives are tensor. When outward differentiating covariant differential, the tensor of nonabsolute movings was introduced.

УДК 514.76

Р.Ф. Билялов

(Казанский государственный университет)

СПИНОРЫ НА РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

Спинорное представление ортогональной группы O(n) расширено до действия полной линейной группы GL(n) на тензорном произведении пространства метрических тензоров и пространства спиноров. Это позволяет рассматривать спиноры в произвольных реперах и в координатах. Спиноры становятся элементами расслоения, ассоциированного к главному расслоению линейных реперов. Построение ковариантных производных и производных Ли становится чисто технической задачей.

У ортогональных групп O(p,q) существуют тензорные и спинорные представления, причем последние не допускают расширения до представления объемлющей полной линейной группы GL(n), n=p+q. Поэтому для задания спиноров на римановых многообразиях вводятся поля ортогональных реперов. При переходе от одного поля ортогональных реперов к другому с помощью некоторого поля ортогональных преобразований спиноры преобразуются с помощью соответствующего поля спинорных преобразований. Эта необходимость использовать только ортогональные реперы при рассмотрении спиноров на римановых многообразиях приводит к трудностям уже при построении производной Ли спиноров. При переносе с помощью точечного бесконечно малого преобразования $x=x'+t\xi$ ортогонального репера $e=\left(e_a^\alpha\right)$ из точки $x-t\xi$ в точку x перенесенный репер $\tilde{e}(x)$ перестает быть ортогональным репером, следовательно, переход от этого репера $\tilde{e}(x)$ к реперу $e(x)$ описывается неортогональным преобразованием.