2. *Султанов А.Я.* Инфинитезимальные аффинные преобразования в расслоениях Вейля первого порядка со связностью горизонтального лифта // Движения в обобщенных пространствах : сб. Пенза, 1999. С. 142—149.

3. *Султанов А.Я.* Продолжение римановых метрик из базы в расслоение струй второго порядка дифференцируемых отображений : матер. Междунар. геометрической школы-семинара памяти Н.В. Ефимова, Абрау-Дюрсо, 24 сентября — 4 октября 1996 г. Ростов н/Д, 1996. С. 26.

4. *Осьминина Н.А.* О некоторых лифтах касательного расслоения второго порядка со связностью полного лифта // Движения в обобщенных пространствах : сб. Пенза, 1999. С. 107—120.

N. Osminina, A. Sultanov

Horizontal lifts of functions from a manifold to its tangent bundle of the second order and their applications

It is shown that the imposing of a linear connection on the base M of the second order the tangent bundle $T_2(M)$ allows to build on $T_2(M)$ an atlas of Whitney sum $T(M) \oplus T(M)$ of two copies of the first order tangent bundle $T(M)$. Using this atlas simplifies many calculations.

УДК 514.76

К.В. Полякова
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград
polyakova_@mail.ru

О задании аффинной связности 2-го порядка векторнозначными формами 1-го, 2-го и 3-го порядков

Для задания аффинной связности 2-го порядка рассматриваются следующие векторнозначные формы: каноническая форма 1-го порядка расслоения реперов 2-го порядка на многообразии X_m; каноническая форма 2-го порядка расслоения реперов 1-го порядка на многообразии X_m; каноническая форма 3-го порядка многообразия X_m.

Ключевые слова: аффинная связность 2-го порядка, векторнозначные формы различных порядков, касательное и кокасательное пространства высших порядков.

Пусть $L_n X_m$ — расслоение реперов порядка n (n = 0, 1, 2, …) над m-мерным многообразием X_m. При n = 0 имеем $L_0 X_m = X_m$. Дифференциал точки $A_n \in L_n X_m$ является канонической формой (1-го порядка) многообразия $L_n X_m$, т. е.

$$dA_n = \omega^i \overset{n}{e}_i + \omega^i_j \overset{n}{e}{}^j_i + \ldots + \omega^i_{j_1 \ldots j_n} \overset{n}{e}{}^{j_1 \ldots j_n}_i ,$$

связывающей касательное $TL_n X_m = span(\overset{n}{e}_i, \overset{n}{e}{}^j_i, \ldots, \overset{n}{e}{}^{j_1 \ldots j_n}_i)$ и кокасательное $T^* L_n X_m = span(\omega^i, \omega^i_j, \ldots, \omega^i_{j_1 \ldots j_n})$ пространства к многообразию $L_n X_m$ в точке A_n.

Целесообразно рассматривать не только канонические формы 1-го, но и более высокого порядка, определяемые повторными (обычными) дифференциалами от канонической формы 1-го порядка. Ограничимся случаями $n = 0, 1, 2$.

Аффинную связность 2-го порядка можно задавать и изучать с использованием канонических форм $d^p A_q$ порядка p (p = 1, 2, 3) многообразий $L_q X_m$ (q = 2, 1, 0), причем $p+q$ = 3. Тогда формы связности, как и сами канонические формы $d^p A_q$, будут векторнозначными формами пространств

$$\Omega^p_{/p}(L_q X_m) = T^{p*} L_q X_m \otimes T^p L_q X_m .$$

Подробнее: dA_2 — каноническая форма порядка 1 многообразия L_2X_m, т. е. $dA_2 \in \Omega_1^1(L_2X_m) = T^*L_2X_m \otimes TL_2X_m$; d^2A_1 — каноническая форма порядка 2 многообразия $LX_m = L_1X_m$, т. е.

$$d^2A_1 \in \Omega_{/2}^2(LX_m) = T^{2*}LX_m \otimes T^2LX_m;$$

d^3A_0 — каноническая форма порядка 3 многообразия

$$X_m = L_0X_m, \text{ т. е. } d^3A_0 \in \Omega_{/3}^3(X_m) = T^{3*}X_m \otimes T^3X_m.$$

1. Координатное представление репера и корепера 1-го порядка. *Деривационная формула 0-го порядка* на расслоении касательных линейных реперов $LX_m = L_1X_m$ имеет вид $(i,... = \overline{1,m})$ [3]

$$dA_1 = \omega^i e_i + \omega^i_j e^j_i \quad (A_1 \in LX_m,\ e = \overset{1}{e}). \tag{1}$$

Совокупность $e = \{e_i, e^k_j\}$ образует репер касательного пространства $TLX_m = span(e_i, e^k_j)$ к расслоению LX_m в точке A_1, $dimTL(X_m) = m + m^2$. Этот репер является двойственным к кореперу $\omega = \{\omega^i, \omega^j_i\}$. Касательное пространство TLX_m содержит вертикальное пространство $V = span(e^j_i)$, касательное к слою в точке A_1. Касательные пространства слоев расслоения каноническим образом отождествляются с алгеброй Ли [7, с. 318]. Можно допустить, что вертикальные векторные поля являются фундаментальными векторными полями структурной группы расслоения [6, с. 172]. Формы инвариантного корепера [2] $\omega = \{\omega^i, \omega^j_i\}$ и векторы репера $e = \{e_i, e^k_j\}$ в натуральном корепере $\{dx^i, dx^k_j\}$ и репере $\left\{\partial_i = \dfrac{\partial}{\partial x^i}, \partial^k_j = \dfrac{\partial}{\partial x^j_k}\right\}$ выражаются по формулам

$$\begin{pmatrix} \omega^i \\ \omega^k_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^i_l & 0 \\ -x^k_{js} x^s_l & -\delta^k_p \overset{*}{x}{}^q_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx^l \\ dx^p_q \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} e_i & e^k_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_l & \partial^p_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overset{*}{x}{}^l_i & 0 \\ -x^q_{si} x^s_p & -\delta^q_j x^k_p \end{pmatrix}.$$

2. Векторнозначные формы и их дифференцирования. Из деривационной формулы (1) видим, что dA_1 можно рассматривать как векторнозначную 1-форму со значениями в пространстве TLX_m, т. е. тангенциальнозначную 1-форму. Обозначим множество всех тангенциальнозначных 1-форм через $\Omega^1_1 = \Omega_1\,(TLX_m)$. В общем случае $\Omega^p_q = \Omega_q\,(T^p LX_m)$ — множество всех форм степени q (q-форм) со значениями в касательном пространстве $T^p LX_m$ порядка p. В частности, $\Omega^0_1 = \Omega_1\,(R) = T^* LX_m$ — множество всех скалярных дифференциальных 1-форм; $\Omega^1_0 = \Omega_0\,(TLX_m)$ — пространство всех тангенциальнозначных 0-форм (касательных векторов), т. е. $\Omega^1_0 = TLX_m$. Также будем рассматривать множество $\Omega^p_{/r} = \Omega_{/r}(T^p LX_m)$ векторнозначных форм порядка r со значениями в касательном пространстве $T^p LX_m$ порядка p. Считаем, что $\Omega^p_q = \Omega^p_{q/1}$, $\Omega^p_{/r} = \Omega^p_{1/r}$, кроме того, $\Omega^p_1 = \Omega^p_{1/1} = \Omega^p_{1/} = \Omega^p_{/1}$.

Значок тензорного умножения в (1) опускаем [5, с. 290], считая $e \otimes \omega = e\omega = \omega e$.

Действуя формой dA_1 на векторы e^k_l, e_j, $u = u^i e_i + u^i_j e^j_i$, получим $dA_1(e_j) = e_j$, $dA_1(e^k_l) = e^k_l$, $dA_1(u) = u$, т. е. она соответствует тождественному преобразованию касательного пространства TLX_m [1, с. 118]. Форма (1) является *канонической* *формой* 1-го порядка многообразия LX_m. Аналогично, действуя формой $dA_1 = \omega^i e_i + \omega^i_j e^j_i$ на ковекторы $\omega \in T^* LX_m$, получим $dA_1(\omega) = \omega$, т. е. она соответствует тождественному преобразованию кокасательного пространства $T^* LX_m$, т. е. $dA_1 = id_{T^* LX_m}$. Считаем при этом, что $e(\omega) = \omega(e)$. Итак, можно отметить двойственный характер действия векторнозначных форм: они действуют как в пространстве векторов, так и в пространстве ковекторов.

Предложение 1. *Для векторнозначной 1-формы* $\Omega = \omega e \in \in \Omega^1_1 = \Omega_1 (TLX_m)$, *принимающей значения в пространстве* TLX_m, *справедливо*

$$\Omega = e\omega: \quad u \in TLX_m \;\to\; \Omega(u) = e \cdot \omega(u) \in TLX_m,$$

$$\Omega = \omega e: \quad \theta \in T^* LX_m \;\to\; \Omega(\theta) = \omega \cdot e(\theta) = \omega \cdot \theta(e) \in T^* LX_m.$$

Следующие обозначения учитывают возможность двойственного характера действия формы ωe:

$$\Omega^p_{/r} = \Omega(T^{r*} LX_m, T^p LX_m) = T^{r*} LX_m \otimes T^p LX_m,$$

где $T^{r*} LX_m = (T^r LX_m)^*$ — множество дифференциальных форм порядка r, не совпадающее с пространством $T^{*r} LX_m = (T^* LX_m)^r = \wedge^r TLX_m$ форм степени r, т. е. $(T^* LX_m)^r \neq (T^r LX_m)^*$.

Предложение 2. *Для векторнозначной формы* $\Omega = \omega^i e_i + \omega^i_j e^j_i$, *внешнего дифференциала* D *и обычного дифференциала* d *справедливо*

$$D : \Omega \in \Omega^1_1 = \Omega_1 (TL(X_m)) \to D\omega \in \Omega_2 (dTL(X_m)) \subset \Omega^2_2,$$

$$d : \Omega \in \Omega^1_1 = \Omega_1 (TL(X_m)) \to d\omega \in \Omega_{/2} (dTL(X_m)) \subset \Omega^2_{/2},$$

где

$$D\omega = e_i D\omega^i - \omega^i \wedge de_i + e_i^j D\omega_j^i - \omega_j^i \wedge de_i^j,$$

$$d\omega = e_i d\omega^i + \omega^i de_i + e_i^j d\omega_j^i + \omega_j^i de_i^j.$$

Внешний дифференциал $D\omega$ дифференциальной 1-формы представляет собой дифференциальную 2-форму, т. е. форму степени 2; обычный дифференциал дифференциальной формы $d\omega$ — это форма порядка 2 [9].

3. Деривационные формулы 1-го и 2-го порядков. Дифференцируя форму (1) внешним образом и разрешая по лемме Картана, т. е. действуя по схеме

$$\Omega_1^1 = \Omega_1(TLX_m) \xrightarrow{D} \Omega_2(dTLX_m) \xrightarrow[\text{Картана}]{\text{лемма}} \Omega_1^2 = \Omega_1(T^2LX_m),$$

получим *деривационные формулы 1-го порядка* [3]

$$de_i - e_k^j \omega_{ji}^k = \hat{e}_{ij}\omega^j + \hat{e}_{ij}^k \omega_k^j, \; de_i^j = \hat{e}_{ik}^j \omega^k + \hat{e}_{ik}^{jl}\omega_l^k, \qquad (2)$$

где $\hat{e}_{ij} = e_{ij}$, $\hat{e}_{ik}^j = e_{ik}^j$, $\hat{e}_{ij}^k = e_{ij}^k + \delta_i^k e_j$, $\hat{e}_{ik}^{jl} = e_{ik}^{jl} - \delta_k^j e_i^l$ — *адаптированные пфаффовы производные* векторов репера e. Для векторов 2-го порядка $e' = \{e_{ij}, e_{ij}^k, e_{ik}^j, e_{ik}^{jl}\}$ из пространства T^2LX_m справедливы условия симметрии:

$$e_{ij} = e_{ji}, \; e_{ij}^k = e_{ji}^k, \; e_{ik}^{jl} = e_{ki}^{lj}. \qquad (3)$$

Утверждение 1. *Касательное пространство 2-го порядка $T^2L(X_m)$ содержит подпространства $A = span(e_{ik}^{jl})$, $B = span(e_i^j, e_{ik}^j, e_{ik}^{jl})$.*

Действительно, деривационные формулы 2-го порядка, записанные в виде сравнений по модулю форм ω^i, ω_i^j, имеют вид [3]

$$de_{ij} - e_{il}^k \omega_{kj}^l - e_k \omega_{ij}^k - e_{kj}^l \omega_{li}^k - e_k^l \omega_{lij}^k \cong 0,$$

$$de_{ik}^{jl} \cong 0, \; de_{ik}^j - e_{is}^{jl}\omega_{lk}^s + e_i^l \omega_{lk}^j \cong 0.$$

Утверждение 2. *Касательное пространство 2-го порядка* $T^2L(X_m)$ *содержит подпространства* $\hat{A} = span(\hat{e}_{ik}^{jl})$, $\hat{B} = span(\hat{e}_{ik}^{j}, \hat{e}_{ik}^{jl})$, $\hat{D} = span(e_i^j, \hat{e}_{ij}^{k}, \hat{e}_{ik}^{jl})$.

Действительно, сравнения на векторы $\hat{e}'$ имеют вид

$$\mathrm{d}\hat{e}_{ij} - \hat{e}_{i1}^{k}\omega_{kj}^{l} - e_{kj}^{l}\omega_{li}^{k} - e_{k}^{l}\omega_{lij}^{k} \cong 0\,,\; d\hat{e}_{ik}^{j} - \hat{e}_{is}^{jl}\omega_{lk}^{s} \cong 0\,,$$

$$\mathrm{d}\hat{e}_{ij}^{k} - \hat{e}_{sj}^{lk}\omega_{li}^{s} + e_{j}^{l}\omega_{li}^{k} - e_{l}^{k}\omega_{ji}^{l} - \delta_i^k e_s^l \omega_{lj}^{s} \cong 0\,,\;\; d\hat{e}_{ik}^{jl} \cong 0\,.$$

Теорема 1. *Для линейного отображения*

$$de: TLX_m \to T^2LX_m$$

из касательного пространства 1-го порядка в касательное пространство 2-го порядка имеем $\dot{e} = de(e) = \partial_e e$*:*

$$\dot{e}_{ij} = de_i(e_j) = \partial_{e_j} e_i\,,\; \dot{e}_{ij}^{k} = de_i(e_j^k) = \partial_{e_j^k} e_i\,;$$

$$\dot{e}_{ik}^{j} = \hat{e}_{ik}^{j} = de_i^j(e_k) = \partial_{e_k} e_i^j\,,\; \dot{e}_{ik}^{jl} = \hat{e}_{ik}^{jl} = de_i^j(e_k^l) = \partial_{e_k^l} e_i^j\,.$$

Векторы $\dot{e} = \partial_e e = \{\dot{e}_{ij}, \dot{e}_{ij}^{k}, \dot{e}_{ji}^{k} = \hat{e}_{ji}^{k} = e_{ji}^{k}, \dot{e}_{ij}^{kl} = \hat{e}_{ij}^{kl}\}$:

$$\dot{e}_{ij} = \hat{e}_{ij} + e_k^l(x_{li}^s x_{sj}^k - x_{lij}^k)\,,\; \dot{e}_{ij}^{k} = \hat{e}_{ij}^{k} + e_p^q(\delta_j^p x_{qi}^k - \delta_q^k x_{ji}^p - \delta_i^k x_{qj}^p)\,;$$

$$\dot{e}_{ik}^{j} = \hat{e}_{ik}^{j}\,,\; \dot{e}_{ik}^{jl} = \hat{e}_{ik}^{jl}$$

назовем *производными векторами*. Они удовлетворяют сравнениям $d\dot{e}_{ij} \cong \dot{e}_{il}^{k}\omega_{kj}^{l} + \dot{e}_{kj}^{l}\omega_{li}^{k}$, $d\dot{e}_{ij}^{k} \cong \dot{e}_{sj}^{lk}\omega_{li}^{s}$. Видим, что производные векторы 2-го порядка образуют самостоятельные подпространства без векторов 1-го порядка.

Утверждение 3. *Касательное пространство 2-го порядка* $T^2L(X_m)$ *содержит следующие подпространства:*

$$\dot{D} = span(\dot{e}_{ij}^{k}, \dot{e}_{ik}^{jl})\,,\; \dot{E} = span(\dot{e}_{ij}, \dot{e}_{il}^{k}, \dot{e}_{kj}^{l}, \dot{e}_{ik}^{jl})\,.$$

4. Кокасательное пространство 2-го порядка для расслоения реперов LX_m 1-го порядка. Дифференцируя каноническую форму (1) обычным образом, получим форму

$$\begin{aligned} d^2 A_1 = (d\omega^i + \omega^j \omega^i_j)e_i + (d\omega^i_j - \omega^k_j \omega^i_k + \omega^k \omega^i_{jk})e^j_i + \\ + \omega^i \omega^j e_{ij} + 2\omega^k \omega^i_j e^j_{ik} + \omega^k_l \omega^i_j e^{jl}_{ik}, \end{aligned} \tag{4}$$

которую назовем *канонической формой 2-го порядка многообразия* LX_m, при этом $d^2 A_1 \in \Omega^2_{/2}$. Другими словами, второй обычный дифференциал точки — это векторнозначная форма 2-го порядка со значениями в касательном пространстве 2-го порядка $T^2(LX_m) = span(e, e')$, т.е. элемент пространства $\Omega^2_{/2} = T^{2*} LX_m \otimes T^2 LX_m$. Из формы (4) видно, что репер $e^2 = \{e, e'\}$ и корепер

$$\omega^2 = \{d\omega^i + \omega^j \omega^i_j,\, d\omega^i_j - \omega^k_j \omega^i_k + \omega^k \omega^i_{jk},\, \omega^i \omega^j,\, 2\omega^k \omega^i_j,\, \omega^k_l \omega^i_j\}$$

пространства $T^{2*} LX_m$ являются сопряженными. Ненулевые условия сопряженности для базиса и кобазиса 2-го порядка имеют вид

$$(d\omega^i + \omega^k \omega^i_k)(e_j) = \delta^i_j,\ (d\omega^i_j - \omega^s_j \omega^i_s + \omega^s \omega^i_{js})(e^k_l) = \delta^i_l \delta^k_j,$$

$$(\omega^i \omega^j)(e_{kl}) = \frac{1}{2}(\delta^i_k \delta^j_l + \delta^i_l \delta^j_k),\ (2\omega^k \omega^i_j)(e^l_{sp}) = \delta^l_j \delta^i_s \delta^k_p,$$

$$(\omega^i_j \omega^k_l)(e^{pq}_{rs}) = \frac{1}{2}(\delta^i_r \delta^k_s \delta^p_j \delta^q_l + \delta^i_s \delta^k_r \delta^p_l \delta^q_j).$$

Замечание. Каноническая форма 2-го порядка (4) относительно натурального репера и корепера принимает вид

$$d^2 A = d^2 x^i \partial_i + d^2 x^i_j \partial^j_i + dx^i dx^j \partial_{ij} + dx^i_j dx^k_l \partial^{jl}_{ik} + 2dx^i dx^j_k \partial^k_{ij}.$$

В данном случае $\{d^2x^i, d^2x^i_j, dx^i dx^j, dx^i_j dx^k_l, dx^i dx^j_k\}$ — натуральный корепер кокасательного пространства 2-го порядка $T^{2*}LX_m$, $\{\partial_i, \partial^j_i, \partial_{ij}, \partial^{jl}_{ik}, \partial^{\,k}_{ij}\}$ — натуральный репер касательного пространства 2-го порядка T^2LX_m (ср.: [11]).

5. Горизонтальные векторы 2-го порядка для аффинной связности 2-го порядка. Каноническая форма (1) с использованием форм связности $\tilde{\omega}^1 = \{\tilde{\omega}^i_j\}$ 1-го порядка $\tilde{\omega}^i_j = \omega^i_j - \Gamma^i_{jk}\omega^k$ приводит к горизонтальным векторам 1-го порядка $\tilde{e}^1 = \{\tilde{e}_k\}$: $\tilde{e}_k = \nabla_k A = e_k + \Gamma^i_{jk} e^j_i$.

Исходя из канонической формы (1) действие группы на касательных векторах 1-го порядка определено по закону $dR_g = d - (\omega^i de_i + \omega^i_j de^j_i)\Big|_{\omega^i=0}$, т. е. $dR_g = d - \omega^i_j de^j_i\Big|_{\omega^i=0}$.

Связность 2-го порядка включает формы $\tilde{\omega}^i_{jk} = \omega^i_{jk} - L^i_{jkl}\omega^l$ с кривизной 2-го порядка

$$\tfrac{1}{2}C^i_{jkls} = L^i_{jk[ls]} - L^t_{jk[l}\Gamma^i_{|t|s]} + L^i_{tk[l}\Gamma^t_{|j|s]} + L^i_{jt[l}\Gamma^t_{|k|s]}$$

и *кручением 2-го порядка* $\tfrac{1}{2}N^i_{jkl} = L^i_{j[kl]} + \Gamma^s_{j[k}\Gamma^i_{|s|l]}$, причем $\Delta N^i_{jkl} \equiv -T^s_{kl}\omega^i_{js}$ [4].

Деривационные формулы (2) с использованием форм связности 2-го порядка $\tilde{\omega}^2 = \{\tilde{\omega}^i_j, \tilde{\omega}^i_{jk}\}$ приводят к векторам

$$\tilde{e}_{ij} = \nabla^2_j e_i = e_{ij} + \hat{e}^{\,k}_{il}\Gamma^l_{kj} + e^l_k L^k_{lij}, \quad \tilde{e}^{\,j}_{ik} = \nabla_k e^j_i = e^j_{ik} - \hat{e}^{js}_{il}\Gamma^l_{sk},$$

являющимся ковариантными производными касательных векторов 1-го порядка $e = \{e_i, e^k_j\}$. Назовем векторы $\tilde{e}^2 = \{\tilde{e}_{ij}, \tilde{e}^i_{jk}\}$ *горизонтальными векторами 2-го порядка*. Их уравнения приведем к виду

$$d\tilde{e}_{ij} - \omega^k_l \nabla^2_j e^l_{ik} = \tilde{e}_{kj}\omega^k_i + \tilde{e}_{ik}\omega^k_j + \omega^k_{li}\tilde{e}^{\,l}_{jk} +$$
$$+ e^l_k(\Delta L^k_{lij} - \Gamma^k_{sj}\omega^s_{li} + \Gamma^s_{lj}\omega^k_{si} + \Gamma^s_{ij}\omega^k_{ls} + \omega^k_{lij}), \qquad (5)$$

$$d\widetilde{e}^i_{jk} - \omega^l_s \nabla_k e^{is}_{jl} + \omega^l_j \nabla_k e^i_l = -\widetilde{e}^l_{jk}\omega^i_l + \widetilde{e}^i_{lk}\omega^l_j + \widetilde{e}^i_{jl}\omega^l_k +$$

$$+ (e^i_{jkl} + \Gamma^p_{sk} e^{is}_{jpl} - \Gamma^i_{sk} e^s_{jl} + \Gamma^s_{pkl}\hat{e}^{ip}_{js})\omega^l .$$

Лемма 1 [3]**.** *Ковариантные производные базисных векторов 1-го и 2-го порядка в связностях 1-го и 2-го порядка равны образам горизонтальных векторов при отображениях, определяемых дифференциалами этих векторов:*

$$\widetilde{e}_{ij} = \nabla^2_j e_i = de_i(\widetilde{e}_j),\ \widetilde{e}^i_{lk} = \nabla_k e^i_l = de^i_l(\widetilde{e}_k), \tag{6}$$

$$\nabla^2_j e^{\,l}_{ik} = de^{\,l}_{ik}(\widetilde{e}_j),\ \nabla_k e^{is}_{jl} = de^{is}_{jl}(\widetilde{e}_k); \tag{7}$$

равенства (6_1, 7_1) *имеют место в естественной связности* $\Gamma^2 = \{\Gamma^i_{jk}, \overset{0}{L}{}^i_{jkl}\}$ [4].

Тогда уравнения (5) принимают вид

$$d\widetilde{e}_{ij} - \omega^k_l d\hat{e}^l_{ki}(\widetilde{e}_j) = \widetilde{e}_{kj}\omega^k_i + \widetilde{e}_{ik}\omega^k_j + \omega^k_{li}\widetilde{e}^{\,l}_{jk} +$$

$$+ e^l_k(\Delta L^{\mathrm{k}}_{\mathrm{lij}} - \Gamma^k_{sj}\omega^{\mathrm{s}}_{\mathrm{li}} + \Gamma^s_{lj}\omega^{\mathrm{k}}_{\mathrm{si}} + \Gamma^s_{ij}\omega^{\mathrm{k}}_{\mathrm{ls}} + \omega^{\mathrm{k}}_{\mathrm{lij}}), \tag{8}$$

$$d\widetilde{e}^i_{jk} - \omega^l_s d\hat{e}^{si}_{lj}(\widetilde{e}_k) = -\widetilde{e}^l_{jk}\omega^i_l + \widetilde{e}^i_{lk}\omega^l_j + \widetilde{e}^i_{jl}\omega^l_k +$$

$$+ (e^i_{jkl} + \Gamma^p_{sk} e^{is}_{jpl} - \Gamma^i_{sk} e^s_{jl} + \Gamma^s_{pkl}\hat{e}^{ip}_{js})\omega^l .$$

6. Действие d^2R_g на горизонтальных векторах 2-го порядка.

Лемма 2. *Определим действие второго дифференциала* d^2R_g *правого сдвига на горизонтальных векторах 2-го порядка по закону*

$$d^2R_g\widetilde{e}_{ij} = d\widetilde{e}_{ij} - d_i(\widetilde{e}_j)\Big|_{\omega^i=0},\ d^2R_g\widetilde{e}^{\,i}_{jk} = d\widetilde{e}^{\,i}_{jk} - d^i_j(\widetilde{e}_k)\Big|_{\omega^i=0}, \tag{9}$$

где $d_i = \omega^k_l d\hat{e}^l_{ki}$, $d^i_j = \omega^s_l d\hat{e}^{li}_{sj}$.

При фиксации точки базы левые части (8) выражают действие 2-го дифференциала d^2R_g правого сдвига на векторах $\widetilde{e}_{ij}$, $\widetilde{e}^{\,i}_{jk}$ при выполнении уравнений [8, 10]

$$\Delta L^{\mathrm{k}}_{\mathrm{lij}} - \Gamma^k_{sj}\omega^{\mathrm{s}}_{\mathrm{li}} + \Gamma^s_{lj}\omega^{\mathrm{k}}_{\mathrm{si}} + \Gamma^s_{ij}\omega^{\mathrm{k}}_{\mathrm{ls}} + \omega^{\mathrm{k}}_{\mathrm{lij}} = L^{\mathrm{k}}_{\mathrm{lijs}}\omega^s . \qquad (10)$$

Тогда из (8) с учетом (9) и (10) следует

$$d^2R_g\tilde{e}_{ij} = \tilde{e}_{kj}\pi^k_i + \tilde{e}_{ik}\pi^k_j + \tilde{e}^{\,l}_{jk}\pi^k_{li},$$
$$d^2R_g\tilde{e}^i_{jk} = -\tilde{e}^l_{jk}\pi^i_l + \tilde{e}^i_{lk}\pi^l_j + \tilde{e}^i_{jl}\pi^l_k \quad (\pi = \omega\big|_{\omega^i=0}) . \qquad (11)$$

Утверждение 4. *Горизонтальные векторы 2-го порядка $\widetilde{e}^{\,2} = \{\widetilde{e}_{ij}, \widetilde{e}^{\,i}_{jk}\}$ под действием отображения d^2R_g переводятся в горизонтальные (11), т. е. горизонтальное пространство 2-го порядка инвариантно под действием правых сдвигов.*

Касательное пространство 2-го порядка содержит горизонтальное $H^2 = HT^2LX_m = span(\tilde{e}_{ij}, \tilde{e}^j_{ki})$ и вертикальное $V^2 = VT^2LX_m = span(\hat{e}^{ik}_{jl})$ подпространства 2-го порядка в точке $A_1 \in LX_m$.

7. Действие d^2R_g на векторах 2-го порядка. Установим действие структурной группы в соприкасающемся пространстве, т. е. определим действие d^2R_g на векторах 2-го порядка

$$\dot{e} = \{\dot{e}_{ij}, \dot{e}^{\,j}_{ik}, \dot{e}^{\,j}_{ki}, \dot{e}^{\,jl}_{ik}\},\ \hat{e}' = \{\hat{e}_{ij}, \hat{e}^{\,j}_{ik}, \hat{e}^{\,j}_{ki}, \hat{e}^{\,jl}_{ik}\},\ e' = \{e_{ij}, e^j_{ik},\ e^j_{ki}, e^{jl}_{ik}\}.$$

Начнем с векторов $\dot{e} = de(e)$, поскольку они, как и горизонтальные векторы 2-го порядка $\widetilde{e}^{\,2} = de(\widetilde{e}^{\,1})$, являются образами при отображениях de. Затем перейдем к векторам $\hat{e}'$, часть из которых совпадает с векторами из совокупности $\dot{e}$. И, наконец, перейдем к векторам e', на которые наложены условия симметрии (3).

По аналогии с (9) установим действие $d^2 R_g$ на векторах $\dot{e} = de(e)$ в следующей теореме.

Теорема 2. *Для векторов 2-го порядка* $\dot{e} = \{de_i(e), de_j^i(e)\}$ *справедливо*

$$d^2 R_g(de_i(e)) = d(de_i(e)) - d_i(e)\big|_{\omega^i=0} = (dde_i - d_i)(e)\big|_{\omega^i=0},$$

$$d^2 R_g(de_j^i(e)) = d(de_j^i(e)) - d_j^i(e)\big|_{\omega^i=0} = (dde_j^i - d_j^i)(e)\big|_{\omega^i=0}.$$

Для отображений $de(e)$ справедливо

$$\dot{e}_{ij} = de_i(e_j) = \hat{e}_{ij} + e_l^k \omega_{ki}^l(e_j), \tag{12}$$

$$\dot{e}_{ki}^{\ j} = de_k(e_i^j) = \hat{e}_{ki}^{\ j} + e_s^l \omega_{lk}^s(e_i^j),\ \hat{e}_{ik}^j = de_j^i(e_k),\ \hat{e}_{il}^{jk} = de_j^i(e_l^k).$$

Согласно теореме 2 для векторов (12) получим

$$d^2 R_g(\dot{e}_{ij}) = d^2 R_g(de_i(e_j)) = d\dot{e}_{ij} - \omega_l^k d\hat{e}_{ki}^l(e_j)\big|_{\omega^i=0},$$

$$d^2 R_g(\dot{e}_{ki}^{\ j}) = d^2 R_g(de_k(e_i^j)) = d\dot{e}_{ki}^{\ j} - \omega_s^l d\hat{e}_{lk}^s(e_i^j)\big|_{\omega^i=0},$$

$$d^2 R_g(\hat{e}_{jk}^i) = d^2 R_g(de_j^i(e_k)) = d\hat{e}_{jk}^i - \omega_s^l d\hat{e}_{lj}^{si}(e_k)\big|_{\omega^i=0},$$

$$d^2 R_g(\hat{e}_{il}^{jk}) = d^2 R_g(de_j^i(e)) = d\hat{e}_{il}^{jk} - \omega_s^t d\hat{e}_{tj}^{si}(e_l^k)\big|_{\omega^i=0}.$$

Теорема 3. *Для векторов* $\hat{e}' = \left\{\hat{e}_{ij}, \hat{e}_{ik}^j, \hat{e}_{ij}^k, \hat{e}_{ik}^{jl}\right\}$ *имеем*

$$d^2 R_g(\hat{e}_{ij}) = \hat{e}_{kj}\pi_i^k + \hat{e}_{ik}\pi_j^k + \hat{e}_{kj}^l\pi_{li}^k + \hat{e}_{ik}^{\ l}\pi_{lj}^k + e_k^l\pi_{lij}^k,$$

$$d^2 R_g(\hat{e}_{kj}^{\ i}) = -\hat{e}_{kj}^{\ l}\pi_l^i + \hat{e}_{kl}^{\ i}\pi_j^l + \hat{e}_{lj}^{\ i}\pi_k^l + \hat{e}_{js}^{il}\pi_{lk}^s + \delta_k^i e_s^l \pi_{lj}^s, \tag{13}$$

$$d^2 R_g(\hat{e}_{jk}^i) = -\hat{e}_{jk}^l\pi_l^i + \hat{e}_{lk}^i\pi_j^l + \hat{e}_{jl}^i\pi_k^l + \hat{e}_{js}^{il}\pi_{lk}^s,$$

$$d^2 R_g(\hat{e}_{jl}^{ik}) = -\hat{e}_{jl}^{sk}\pi_s^i - \hat{e}_{jl}^{is}\pi_s^k + \hat{e}_{sl}^{ik}\pi_j^s + \hat{e}_{js}^{ik}\pi_l^s.$$

При этом вертикальные векторы $\hat{e}_{il}^{jk}$ *2-го порядка переводятся отображением* d^2R_g *в вертикальные.*

Доказательство. 1) Для векторов $\hat{e}_{ij}$ имеем

$$d^2R_g(\hat{e}_{ij}) + d^2R_g(e_l^k\omega_{ki}^l(e_j)) =$$

$$= d\hat{e}_{ij} - \omega_l^k d\hat{e}_{ki}^l(e_j) + d^2R_g(e_l^k\omega_{ki}^l(e_j)) = d\hat{e}_{ij} + de_l^k\omega_{ki}^l(e_j) +$$

$$+ e_l^k d(\omega_{ki}^l(e_j)) - \omega_l^k e_{ikj}^{\ l} - \omega_l^k(e_{sk}^{pl}\omega_{pi}^s(e_j) - e_k^s\omega_{si}^l(e_j));$$

$$d^2R_g(e_l^k\omega_{ki}^l(e_j)) = dR_g e_l^k\cdot\omega_{ki}^l(e_j) + e_l^k d(\omega_{ki}^l(e_j)) =$$

$$= (e_s^k\omega_l^s - \omega_s^k e_l^s)\omega_{ki}^l(e_j) + e_l^k d(\omega_{ki}^l(e_j)). \qquad (14)$$

Тогда с учетом (14) и уравнений на векторы $\hat{e}_{ij}$ получим

$$d^2R_g(\hat{e}_{ij}) = \hat{e}_{kj}\omega_i^k + \hat{e}_{ik}\omega_j^k + \hat{e}_{kj}^l\omega_{li}^k + \hat{e}_{ik}^{\ l}\omega_{lj}^k + e_k^l\omega_{lij}^k\Big|_{\omega^i=0}.$$

2) Для векторов $\hat{e}_{kj}^{\ i}$ имеем

$$d^2R_g(\hat{e}_{kj}^{\ i}) + d^2R_g(e_s^l\omega_{lk}^s(e_i^j)) = d\hat{e}_{kj}^{\ i} - \omega_s^l d\hat{e}_{lk}^s(e_j^i) +$$

$$+ d^2R_g(e_s^l\omega_{lk}^s(e_j^i)) = -\hat{e}_{kj}^{\ l}\omega_l^i + \hat{e}_{kl}^{\ i}\omega_j^l + \hat{e}_{lj}^{\ i}\omega_k^l + \hat{e}_{js}^{il}\omega_{lk}^s + \delta_k^i e_s^l\omega_{lj}^s\Big|_{\omega^i=0}.$$

3) Для векторов $\hat{e}_{ik}^j = \dot{e}_{ik}^j$ имеем

$$d^2R_g(\hat{e}_{jk}^i) = d^2R_g(de_j^i(e_k)) = d\hat{e}_{jk}^i - \omega_s^l d\hat{e}_{lj}^{si}(e_k)\Big|_{\omega^i=0} =$$

$$= -\hat{e}_{jk}^l\omega_l^i + \hat{e}_{lk}^i\omega_j^l + \hat{e}_{jl}^i\omega_k^l + \hat{e}_{js}^{il}\omega_{lk}^s\Big|_{\omega^i=0}.$$

4) Для векторов $\hat{e}_{ik}^{jl}$ имеем

$$d^2R_g(\hat{e}_{il}^{jk}) = d^2R_g(de_j^i(e)) = d\hat{e}_{il}^{jk} - \omega_s^t d\hat{e}_{tj}^{si}(e_l^k)\Big|_{\omega^i=0} =$$

$$= -\hat{e}_{jl}^{sk}\omega_s^i - \hat{e}_{jl}^{is}\omega_s^k + \hat{e}_{sl}^{ik}\omega_j^s + \hat{e}_{js}^{ik}\omega_l^s\Big|_{\omega^i=0}.$$

Теорема 4. *Учитывая*

$$d^2 R_g(e_i) = dR_g(e_i) = e_j \pi_i^j + e_k^j \pi_{ji}^k ,$$

$$d^2 R_g(e_j^i) = dR_g(e_j^i) = e_k^j \pi_i^k - e_i^k \pi_k^j ,$$

для векторов 2-го порядка $e' = \left\{ e_{ij}, e_{jk}^i, e_{kj}{}^i, e_{ik}^{jl} \right\}$ *имеем*

$$d^2 R_g(e_{ij}) = e_{kj} \pi_i^k + e_{ik} \pi_j^k + e_{kj}^l \pi_{li}^k + e_{ik}{}^l \pi_{lj}^k + e_k \pi_{ij}^k + e_k^l \pi_{lij}^k ,$$

$$d^2 R_g(e_{jk}^i) = d^2 R_g(e_{kj}{}^i) = - e_{kj}{}^l \pi_l^i + e_{kl}{}^i \pi_j^l + e_{lj}{}^i \pi_k^l + \hat{e}_{js}^{il} \pi_{lk}^s ,$$

$$d^2 R_g(e_{jl}^{ik}) = -e_{jl}^{sk} \pi_s^i - e_{jl}^{is} \pi_s^k + e_{sl}^{ik} \pi_j^s + e_{js}^{ik} \pi_l^s .$$

Видно, что при отображении $d^2 R_g$ образы симметричных векторов (3) равны.

Замечание. Подпространства A, B, $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{D}$, $\dot{D}$, $\dot{E}$ замкнуты относительно действия группы.

8. Вертикальные и горизонтальные формы 2-го порядка для аффинной связности 2-го порядка. Вводя в каноническую форму 2-го порядка (4) горизонтальные векторы $\widetilde{e}^2 = \{\widetilde{e}_{ij}, \widetilde{e}_{jk}^i\}$, получим

$$d^2 A = {}^2\widetilde{\omega}^i e_i + {}^2\widetilde{\omega}_j^i e_i^j + {}^2\widetilde{\omega}_{jl}^{ik} e_{ik}^{jl} + \omega^i \omega^j \widetilde{e}_{ij} + 2(\omega^k \omega_j^i - \Gamma_{jl}^i \omega^k \omega^l) \widetilde{e}_{ik}^j ;$$

$${}^2\widetilde{\omega}^i = d\omega^i + \omega^j \omega_j^i - \Gamma_{jk}^i \omega^j \omega^k ,$$

$${}^2\widetilde{\omega}_j^i = d\omega_j^i - \omega_j^k \omega_k^i + \omega^k \omega_{jk}^i + 2\Gamma_{jk}^l \omega^k \omega_l^i - \Gamma_{jl}^k \Gamma_{ks}^i \omega^l \omega^s - L_{jkl}^i \omega^k \omega^l ,$$

$${}^2\widetilde{\omega}_{jl}^{ik} = \omega_l^k \omega_j^i - 2\Gamma_{ls}^k \omega^s \omega_j^i + \Gamma_{ls}^k \Gamma_{jp}^i \omega^s \omega^p .$$

Формы ${}^2\widetilde{\omega}^i$ являются формами 2-го порядка связности 1-го порядка (ср., напр.: [9, с. 30]).

Утверждение 5. *Формы* ${}^2\widetilde{\omega}^i$, ${}^2\widetilde{\omega}_j^i$, *являются формами 2-го порядка аффинной связности 2-го порядка. Если кручение связности равно нулю:* $T_{jk}^i = 0$, $N_{jkl}^i = 0$, *то формы связности аннулируются горизонтальными векторами 2-го порядка, т. е. являются вертикальными.*

Действительно,

$$^2\widetilde{\omega}^i(\widetilde{e}_{jk}) = \Gamma^i_{[jk]} = \tfrac{1}{2}T^i_{jk}, \; ^2\widetilde{\omega}^i_j(\widetilde{e}_{kl}) = \tfrac{1}{2}N^i_{jkl},$$

$$^2\widetilde{\omega}^i(\widetilde{e}^j_{kl}) = 0, \; ^2\widetilde{\omega}^i_j(\widetilde{e}^k_{ls}) = 0.$$

Для форм $^2\widetilde{\omega}^{ik}_{jl}$ имеем

$$^2\widetilde{\omega}^{ik}_{jl}(\widetilde{e}_{pq}) = \Gamma^k_{l[q}\Gamma^i_{jp]}, \; ^2\widetilde{\omega}^{ik}_{jl}(\widetilde{e}^s_{pq}) = \delta^{[k}_q\delta^p_{[l}\Gamma^{i]}_{j]r},$$

тогда

$$^2\widetilde{\omega}^{ik}_{jl}(\widetilde{e}_{pq})e^{jl}_{ik} = \Gamma^k_{l[q}\Gamma^i_{jp]}e^{jl}_{ik} = 0, \; ^2\widetilde{\omega}^{ik}_{jl}(\widetilde{e}^s_{pq})e^{ik}_{jl} = \delta^{[k}_q\delta^p_{[l}\Gamma^{i]}_{j]r}e^{ik}_{jl} = 0,$$

т. е. $^2\widetilde{\omega}^{ik}_{jl}e^{jl}_{ik}$ — вертикальная вертикальнозначная форма.

Утверждение 6. *Каноническая форма 2-го порядка dA_1 представима в виде $d^2A_1 = {}^2\overset{v}{\tilde{\omega}} + {}^2\overset{h}{\tilde{\omega}}$, где ${}^2\overset{v}{\tilde{\omega}} = {}^2\tilde{\omega}^i e_i + {}^2\tilde{\omega}^i_j e^j_i + {}+{}^2\tilde{\omega}^{ik}_{jl}e^{jl}_{ik}$ — вертикальная (аннулируется горизонтальными векторами 2-го порядка) вертикальнозначная форма связности 2-го порядка; ${}^2\overset{h}{\tilde{\omega}} = (\omega^i\omega^j)\tilde{e}_{ij} + 2(\omega^k\omega^i_j - \Gamma^i_{jl}\omega^k\omega^l)\tilde{e}^j_{ik}$ — горизонтальная (аннулируется вертикальными векторами 1-го и 2-го порядков) горизонтальнозначная форма связности 2-го порядка.*

9. Координатное представление репера и корепера 1-го порядка на расслоении L_2X_m реперов 2-го порядка. Деривационная формула 0-го порядка на расслоении касательных линейных реперов 2-го порядка L_2X_m имеет вид

$$dA_2 = \omega^i E_i + \omega^i_j E^j_i + \omega^i_{jk}E^{jk}_i \quad (A_2 \in L_2X_m, \; E = \overset{2}{e}). \tag{16}$$

Совокупность векторов 1-го порядка $E = \left\{E_i, E^k_j, E^{st}_l\right\}$ образует репер касательного пространства

$$TL_2X_m = span(E_i, E^k_j, E^{st}_l)$$

к расслоению $L_2 X_m$ в точке A_2. Этот репер является двойственным к кореперу $\omega^i, \omega^j_k, \omega^l_{st}$:

$$\omega^i(E_j) = \delta^i_j,\ \omega^i_j(E^k_l) = \delta^i_l \delta^k_j,\ \omega^i_{jk}(E^{st}_l) = \delta^i_l \delta^s_j \delta^t_k.$$

Внося в (16) формы связности 2-го порядка $\tilde{\omega}^2 = \{\tilde{\omega}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{j}}, \tilde{\omega}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{jk}}\}$, получим

$$dA_2 - \tilde{\omega}^i_j E^j_i - \tilde{\omega}^i_{jk} E^{jk}_i = \omega^i \tilde{E}_i, \qquad (17)$$

где $\widetilde{E}_i = E_i + \Gamma^l_{ji} E^j_l + L^l_{jki} E^{jk}_l$ — *горизонтальные векторы 1-го порядка для связности 2-го порядка*.

Форму (17) можно записать в виде $dA_2 = \overset{v}{\widetilde{\omega}}{}^2 + \overset{h}{\widetilde{\omega}}{}^2$, где $\overset{v}{\widetilde{\omega}}{}^2 = \widetilde{\omega}^i_j E^j_i + \widetilde{\omega}^i_{jk} E^{jk}_i$, $\overset{h}{\widetilde{\omega}}{}^2 = \omega^i \widetilde{E}_i$ — *вертикальная* и *горизонтальная формы 1-го порядка для связности 2-го порядка в расслоении* $L_2 X_m$. Горизонтальные векторы $\widetilde{E}_i$ аннулируют формы связности $\widetilde{\omega}^i_{jk}$, т. е. $\widetilde{\omega}^i_{jk}(\widetilde{E}_l) = 0$.

10. Горизонтальные векторы и горизонтальные формы 3-го порядка для аффинной связности 2-го порядка. Каноническая форма $d^3 A_0$ порядка 3 получается повторным дифференцированием канонической формы $dA_1 = \omega^i \varepsilon_i$ ($A_0 \in X_m$, $\varepsilon = \overset{0}{e}$) и позволяет построить формы связности 3-го порядка. Для контравариантного задания аффинной связности $\Gamma^2 = \{\Gamma^i_{jk}, L^i_{jkl}\}$ второго порядка исходя из уравнений [8] $\Delta\varepsilon_{ij} = \omega^k_{ij} \varepsilon_k + \omega^k \varepsilon_{ijk}$ построим векторы

$$\tilde{\varepsilon}_{ijk} = \varepsilon_{ijk} + \varepsilon_{lj} \Gamma^l_{ik} + \varepsilon_{il} \Gamma^l_{jk} + \varepsilon_l L^l_{ijk} \quad (\tilde{\varepsilon}_{ijk} \in T^3 X_m), \qquad (18)$$

дифференцирование которых дает

$$\Delta\tilde{\varepsilon}_{ijk} \equiv \omega^l_{ij} \tilde{\varepsilon}_{kl} + \varepsilon_l (\Delta L^l_{ijk} + \Gamma^s_{ik} \omega^l_{sj} + \Gamma^s_{jk} \omega^l_{is} - \Gamma^l_{sk} \omega^s_{ij} + \omega^l_{ijk}). \quad (19)$$

Согласно уравнениям (19, 10) векторы (18) являются инвариантными векторами. Векторы $\tilde{\varepsilon}_{ijk}$ назовем *горизонтальными векторами 3-го порядка для аффинной связности 2-го порядка*. Таким образом, если исходить из касательных векторов 2-го порядка к многообразию X_m, то условие инвариантности горизонтальных подпространств $H = span(\tilde{\varepsilon}_{ijk})$ для связности 2-го порядка относительно действия группы не нужно.

Замечание 1. Альтернирование векторов (18) дает

$$\tilde{\varepsilon}_{i[jk]} = \tilde{\varepsilon}_{l[j}\Gamma^{l}_{|i|k]} + \tfrac{1}{2}\tilde{\varepsilon}_{il}T^{l}_{jk} + \tfrac{1}{2}\varepsilon_{l}S^{l}_{ijk},$$

где $S^{l}_{ijk} = N^{l}_{ijk} - \Gamma^{l}_{is}T^{s}_{jk}$ — тензор.

Замечание 2. Аффинные связности n-го порядка можно задавать и изучать с использованием канонических форм $d^{p}A_{q}$ порядка p ($p = 1, \ldots, n + 1$) расслоений линейных реперов порядка q ($q = n, \ldots, 0$), причем $p+q = n + 1$.

Список литературы

1. *Кобаяси Ш., Номидзу К.* Основы дифференциальной геометрии. М., 1981. Т. 1.

2. *Лаптев Г.Ф.* Основные инфинитезимальные структуры высших порядков на гладком многообразии // Тр. геом. семин. / ВИНИТИ. М., 1966. Т. 1. С. 139—189.

3. *Полякова К.В.* Задание аффинной связности с помощью горизонтальных векторов // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 2013. Вып. 44. С. 100—112.

4. *Полякова К.В.* Специальные аффинные связности 1-го и 2-го порядков // Там же, 2015. Вып. 46. С. 114—128.

5. *Постников М.М.* Лекции по геометрии. Семестр IV. Дифференциальная геометрия : учеб. пособие для вузов. М., 1988.

6. *Рахула М.*О. Инфинитезимальная связность в расслоении // Пробл. геом. / ВИНИТИ. М., 1977. Т. 8. С. 163—182.

7. *Стернберг С.* Лекции по дифференциальной геометрии. М., 1970.

8. *Шевченко Ю.И.* Оснащения голономных и неголономных гладких многообразий. Калининград, 1998.

9. *Emery M.* An Invitation to Second-Order Stochastic Differential Geometry. Strasburg, 2005.

10. *Kolář I., Michor P. W., Slovák J.* Natural operations in differential geometry // Springer-Ferlag. Berlin, 1993.

11. *Stelmastchuk S. N.* Vertical martingales, stochastic calculus and harmonic sections // Communications on Stochastic Analysis. 2013. Vol. 7, № 4. P. 535—549.

K. Polyakova

Vector-valued forms of the 1st, 2nd and 3rd orders for affine connection of the 2nd order

We consider the representation of the 2nd order affine connection using vector-valued forms of various orders: the 1st order canonical form of the 2nd order frame bundle on a manifold X_m; the 2nd order canonical form of the 1st order frame bundle on a manifold X_m; the 3rd order canonical form of a manifold X_m.

УДК 514.75

Ю. И. Попов

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

yurij.popoff2015@yandex.ru

Нормализация базисного подрасслоения сильно сопряженного H-распределения

Рассматривается построение нормализаций базисного подрасслоения (Λ-подрасслоение) специального класса (SH-распределения) регулярных трехсоставных распределений (H-распределений) проективного пространства. Во всей работе используются обозначения и терминология работ [1; 2].

Ключевые слова: распределение, расслоение, нормализация, квазинормаль, нормаль.