УДК 514.75

А. В. Вялова[1]***, Ю. И. Шевченко***[2]
[1] *Калининградский государственный технический университет, Россия*
[2] *Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия*
vyalova.alexa@mail.ru, ESkrydlova@kantiana.ru
doi: 10.5922/0321-4796-2021-52-6

Композиционное оснащение многообразия гиперцентрированных плоскостей, размерность которого совпадает с размерностью образующей плоскости

В многомерном проективном пространстве рассматривается расслоение над семейством пар плоскостей, одна из которых является гиперплоскостью в другой. Доказано, что композиционное оснащение семейства индуцирует фундаментально-групповые связности двух типов в рассматриваемом расслоении.

Ключевые слова: проективное пространство, семейство гиперцентрированных плоскостей, фундаментально-групповая связность, кривизна, псевдотензор.

Отнесем n-мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $R = \{A, A_I\}$ $(I, ... = \overline{1, n})$, инфинитезимальные перемещения которого определяются формулами

$$dA = \theta A + \omega^I A_I, \quad dA_I = \theta A_I + \omega_I^J A_J + \omega_I A, \tag{1}$$

причем формы Пфаффа $\omega^I, \omega_J^I, \omega_I$ удовлетворяют структурным уравнениям Картана проективной группы $GP(n)$ (см., напр., [1]):

Поступила в редакцию 10.05.2021 г.

$$D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I, \ D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J,$$
$$D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \delta_J^I \omega_K \wedge \omega^K + \omega_J \wedge \omega^I. \quad (2)$$

В проективном пространстве P_n рассмотрим m-мерную плоскость P_m с многомерным центром P_{m-1}, которую обозначим P_m^{m-1}. Специализируем подвижной репер $\{A, A_i, A_\alpha\}$ $(i,... = \overline{1, m}, \ \alpha,... = \overline{m+1, n})$, помещая вершины A, A_i на внешнюю плоскость P_m, а вершины A_i — в ее центр, на гиперплоскость P_{m-1}. Выбирая m форм в качестве базисных, запишем уравнения многообразия V_m — семейства гиперцентрированных плоскостей P_m^{m-1} в виде [2]

$$\omega^\alpha = \Lambda^{\alpha i} \omega_i, \ \ \omega_i^\alpha = \Lambda_i^{\alpha j} \omega_j. \quad (3)$$

Базисные формы удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\omega_i = \theta_i^j \wedge \omega_j, \ \ \theta_i^j = \omega_i^j - \Lambda_i^{\alpha j} \omega_\alpha. \quad (4)$$

Фундаментальный объект 1-го порядка $\Lambda = \{\Lambda^{\alpha i}, \Lambda_i^{\alpha j}\}$ семейства V_m, компоненты которого удовлетворяют уравнениям

$$\Delta\Lambda^{\alpha(i)} - \Lambda_j^{\alpha i} \omega^j = \Lambda^{\alpha ij} \omega_j, \ \ \Delta\Lambda_i^{\alpha(j)} = \Lambda_i^{\alpha jk} \omega_k, \quad (5)$$

является псевдотензором в смысле [1], содержащим подпсевдотензор $\{\Lambda_i^{\alpha j}\}$. Здесь дифференциальный оператор Δ действует следующим образом:

$$\Delta\Lambda_i^{\alpha(j)} = d\Lambda_i^{\alpha j} + \Lambda_i^{\alpha k} \theta_k^j + \Lambda_i^{\beta j} \omega_\beta^\alpha - \Lambda_k^{\alpha j} \omega_i^k.$$

Отметим, что $\Lambda_i^{\alpha[jk]} = 0, \ \Lambda^{\alpha[ij]} = 0$, где квадратные скобки обозначают альтернирование.

Над многообразием V_m возникает главное расслоение $G_r(V_m)$ с типовым слоем — подгруппой G_r стационарности гиперцентрированной плоскости P_m^{m-1}, причем $r = n(n-m+1)+m^2$. Структурные уравнения ассоциированного с многообразием V_m расслоения $G_r(V_m)$ состоят из уравнений (4_1) и следующих:

$$D\omega^i = \omega^j \wedge \omega_j^i + \omega_j \wedge \omega^{ij}, \tag{6}$$

$$D\omega_j^i = \omega_j^k \wedge \omega_k^i + \omega_\kappa \wedge \omega_j^{ik}, \tag{7}$$

$$D\omega_\beta^\alpha = \omega_\beta^\gamma \wedge \omega_\gamma^\alpha + \omega_i \wedge \omega_\beta^{\alpha i}, \tag{8}$$

$$D\omega_\alpha = \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta - \omega_i \wedge \omega_\alpha^i, \tag{9}$$

$$D\omega_\alpha^i = \omega_\alpha^j \wedge \omega_j^i + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta^i + \omega_\alpha \wedge \omega^i, \tag{10}$$

где

$$\omega^{ij} = \Lambda^{\alpha j}\omega_\alpha^i, \;\; \omega_j^{ik} = \Lambda_j^{\alpha k}\omega_\alpha^i + \delta_j^i(\omega^k - \Lambda^{\alpha k}\omega_\alpha) + \delta_j^k\omega^i, \tag{11}$$
$$\omega_\beta^{\alpha i} = -\Lambda_j^{\alpha i}\omega_\beta^j + \delta_\beta^\alpha(\omega^i - \Lambda^{\gamma i}\omega_\gamma) - \Lambda^{\alpha i}\omega_\beta .$$

Расслоение $G_r(V_m)$ содержит 4 главных факторрасслоения со следующими структурными уравнениями [2]: 1) (4_1, 7) — расслоение плоскостных линейных кореперов $L_{m^2}(V_m)$ с типовым слоем $L_{m^2} = GL(m)$ — линейной факторгруппой, действующей неэффективно во внутренней плоскости P_{m-1}; 2) (4_1, 6, 7) — расслоение аффинных кореперов $L_{m(m+1)}(V_m)$ с типовым слоем $L_{m(m+1)} = GA(m)$ — аффинной факторгруппой, действующей в гиперцентрированной плоскости $P_m^{m-1} = (P_m, P_{m-1})$, где $P_{m-1} \subset P_m$; 3) (4_1, 8) — расслоение нормальных линейных кореперов $L_{(n-m)^2}(V_m)$ с типовым слоем — линейной факторгруппой, действующей неэффективно в проективном факторпространстве $\mathcal{P}_{n-m-1} = P_n / P_m$ (см., напр., [1]); 4) (4_1, 8, 9) — расслоение центропроективных кореперов $L_{(n-m)(n-m+1)}(V_m)$ с типовым слоем $L_{(n-m)(n-m+1)}$ — центропроективной факторгруппой, действующей в проективном гиперцентрированном факторпространстве $\mathcal{P}_{n-m}^{n-m-1} = (\mathcal{P}_{n-m}, \mathcal{P}_{n-m-1})$, где $\mathcal{P}_{n-m} = P_n / P_{m-1} \supset \mathcal{P}_{n-m-1}$.

Дифференцируя внешним образом формы (4_2) с учетом уравнений (7, 9) и дифференциальных уравнений (5_2) на компоненты подобъекта $\{\Lambda_i^{\alpha j}\}$, получим

$$D\theta_i^j = \theta_i^k \wedge \theta_k^j + \omega_k \wedge \theta_i^{jk}, \tag{12}$$

где

$$\begin{aligned} \theta_i^{jk} &= (\Lambda_i^{\alpha k} \omega_\alpha^j + \Lambda_i^{\alpha j} \omega_\alpha^k) + (\delta_i^j \omega^k + \delta_i^k \omega^j) - \\ &- (\delta_i^j \Lambda^{\alpha k} \omega_\alpha + \delta_i^k \Lambda^{\alpha j} \omega_\alpha) - \Lambda_i^{\alpha jk} \omega_\alpha . \end{aligned} \tag{13}$$

Так как $\theta_i^{[jk]} = 0$, то справедлива

Теорема 1. *Многообразие* V_m *является голономным* [3] *гладким многообразием.*

Замечание. В работе [4] рассмотрено произвольное семейство гиперцентрированных плоскостей, но не показано, что оно является голономным многообразием.

Возьмем новые слоевые формы

$$\begin{gathered} \tilde{\omega}^i = \omega^i - \Gamma^{ij} \omega_j, \quad \tilde{\omega}_j^i = \omega_j^i - \Gamma_j^{ik} \omega_k, \quad \tilde{\omega}_\beta^\alpha = \omega_\beta^\alpha - \Gamma_\beta^{\alpha i} \omega_i, \\ \tilde{\omega}_\alpha = \omega_\alpha - \Gamma_\alpha^i \omega_i, \quad \tilde{\omega}_\alpha^i = \omega_\alpha^i - L_\alpha^{ij} \omega_j . \end{gathered} \tag{14}$$

Дифференцируя их внешним образом с учетом (4_1, $6-10$) и используя теорему Картана — Лаптева [5], получим, что связность в главном расслоении $G_r(V_m)$ задается с помощью поля объекта связности $\Gamma = \{\Gamma^{ij}, \Gamma_j^{ik}, \Gamma_\beta^{\alpha i}, \Gamma_\alpha^i, L_\alpha^{ij}\}$. Компоненты объекта фундаментально-групповой связности Γ удовлетворяют дифференциальным уравнениям:

$$\Delta\Gamma^{i(j)} - \Gamma^{ij}_{k}\omega^{k} + \omega^{ij} = \Gamma^{ijk}\omega_{k},$$

$$\Delta\Gamma^{i(k)}_{j} + \omega^{ik}_{j} = \Gamma^{ikl}_{j}\omega_{l}, \ \Delta\Gamma^{\alpha(i)}_{\beta} + \omega^{\alpha i}_{\beta} = \Gamma^{\alpha ij}_{\beta}\omega_{j}, \tag{15}$$

$$\Delta\Gamma^{(i)}_{\alpha} + \Gamma^{\beta i}_{\alpha}\omega_{\beta} - \omega^{i}_{\alpha} = \Gamma^{ij}_{\alpha}\omega_{j},$$

$$\Delta L^{i(j)}_{\alpha} + \Gamma^{j}_{\alpha}\omega^{i} - \Gamma^{ij}\omega_{\alpha} + \Gamma^{\beta j}_{\alpha}\omega^{i}_{\beta} - \Gamma^{ij}_{k}\omega^{k}_{\alpha} = L^{ijk}_{\alpha}\omega_{k}.$$

Теорема 2. *Объект фундаментально-групповой связности Γ, задающий связность в главном расслоении $G_r(V_m)$, содержит 2 простейших подобъекта ($\Gamma_1 = \{\Gamma^{ik}_{j}\}$ — объект плоскостной аффинной связности, $\Gamma_2 = \{\Gamma^{\alpha i}_{\beta}\}$ — объект нормальной линейной связности) и 2 простых подобъекта ($\Gamma_3 = \{\Gamma^{ij}, \Gamma_1\}$ — объект плоскостной общей аффинной связности, $\Gamma_4 = \{\Gamma^{i}_{\alpha}, \Gamma_2\}$ — объект нормальной центропроективной связности), задающие связности соответственно в фактор-расслоениях $L_{m^2}(V_m)$, $L_{(n-m)^2}(V_m)$, $L_{m(m+1)}(V_m)$, $L_{(n-m)(n-m+1)}(V_m)$*
.

Замечание. Объект связности Γ образует квазипсевдотензор лишь в совокупности с фундаментальным псевдотензором Λ. Названия объектам даны с учетом названий расслоений, их типовых слоев и размерности базы.

С учетом уравнений (15) запишем структурные уравнения для форм связности (14):

$$D\widetilde{\omega}^{i} = \widetilde{\omega}^{j} \wedge \widetilde{\omega}^{i}_{j} + R^{ijk}\omega_{j} \wedge \omega_{k},$$

$$D\widetilde{\omega}^{i}_{j} = \widetilde{\omega}^{k}_{j} \wedge \widetilde{\omega}^{i}_{k} + R^{ikl}_{j}\omega_{k} \wedge \omega_{l},$$

$$D\widetilde{\omega}^{\alpha}_{\beta} = \widetilde{\omega}^{\gamma}_{\beta} \wedge \widetilde{\omega}^{\alpha}_{\gamma} + R^{\alpha ij}_{\beta}\omega_{i} \wedge \omega_{j},$$

$$D\widetilde{\omega}_{\alpha} = \widetilde{\omega}^{\beta}_{\alpha} \wedge \widetilde{\omega}_{\beta} + R^{ij}_{\alpha}\omega_i \wedge \omega_j ,$$

$$D\widetilde{\omega}^i_{\alpha} = \widetilde{\omega}^j_{\alpha} \wedge \widetilde{\omega}^i_j + \widetilde{\omega}^{\beta}_{\alpha} \wedge \widetilde{\omega}^i_{\beta} + \widetilde{\omega}_{\alpha} \wedge \widetilde{\omega}^i + R^{ijk}_{\alpha}\omega_j \wedge \omega_k .$$

Коэффициенты при внешних произведениях базисных форм $R = \{R^{ijk},\ R^{ikl}_j, R^{\alpha ij}_{\beta}, R^{ij}_{\alpha}, R^{ijk}_{\alpha}\}$ составляют объект кривизны групповой связности Γ:

$$R^{ijk} = \Gamma^{i[jk]} - \Gamma^{l[j}\Gamma^{ik]}_l ,\ R^{ikl}_j = \Gamma^{i[kl]}_j - \Gamma^{m[k}_j\Gamma^{il]}_m ,$$

$$R^{\alpha ij}_{\beta} = \Gamma^{\alpha[ij]}_{\beta} - \Gamma^{\gamma[i}_{\beta}\Gamma^{\alpha j]}_{\gamma}, R^{ij}_{\alpha} = \Gamma^{[ij]}_{\alpha} - \Gamma^{\beta[i}_{\alpha}\Gamma^{j]}_{\beta} , \tag{16}$$

$$R^{ijk}_{\alpha} = L^{i[jk]}_{\alpha} - L^{l[j}_{\alpha}\Gamma^{ik]}_l - \Gamma^{\beta[j}_{\alpha}L^{ik]}_{\beta} - \Gamma^{[j}_{\alpha}\Gamma^{ik]} ,$$

причем альтернирование производится по крайним индексам в квадратных скобках. Продолжая уравнения (15), получим дифференциальные сравнения:

$$\Delta\Gamma^{i(j)(k)} + \Gamma^{il}\theta^{jk}_l + \Gamma^{lj}\omega^{ik}_l - \Gamma^{ijk}_l\omega^l - \Gamma^{ij}_l\omega^{lk} + \omega^{ijk} \equiv 0 ,$$

$$\Delta\Gamma^{i(k)(l)}_j + \Gamma^{mk}_j\omega^{il}_m + \Gamma^{im}_j\theta^{kl}_m - \Gamma^{ik}_m\omega^{ml}_j + \omega^{ikl}_j \equiv 0 ,$$

$$\Delta\Gamma^{\alpha(i)(j)}_{\beta} + \Gamma^{\alpha k}_{\beta}\theta^{ij}_k + \Gamma^{\gamma i}_{\beta}\omega^{\alpha j}_{\gamma} - \Gamma^{\alpha i}_{\gamma}\omega^{\gamma j}_{\beta} + \omega^{\alpha ij}_{\beta} \equiv 0 , \tag{17}$$

$$\Delta\Gamma^{(i)(j)}_{\alpha} + \Gamma^k_{\alpha}\theta^{ij}_k - \Gamma^i_{\beta}\omega^{\beta j}_{\alpha} + \Gamma^{\beta ij}_{\alpha}\omega_{\beta} - \Gamma^{\beta i}_{\alpha}\omega^j_{\beta} \equiv 0 ,$$

$$\Delta L^{i(j)(k)}_{\alpha} + L^{il}_{\alpha}\theta^{jk}_l + L^{lj}_{\alpha}\omega^{ik}_l - L^{ij}_{\beta}\omega^{\beta k}_{\alpha} + \Gamma^{jk}_{\alpha}\omega^i + \Gamma^j_{\alpha}\omega^{ik} -$$

$$- \Gamma^{ijk}\omega_{\alpha} + \Gamma^{ij}\omega^k_{\alpha} + \Gamma^{\beta jk}_{\alpha}\omega^i_{\beta} - \Gamma^{ijk}_l\omega^l_{\alpha} \equiv 0 ,$$

где символ «$\equiv$» означает сравнение по модулю базисных форм ω_i и введены обозначения

$$\omega^{ijk} = \Lambda^{\alpha jk}\omega^i_{\alpha}, \quad \omega^{ikl}_j = \Lambda^{\alpha kl}_j\omega^i_{\alpha} + \delta^i_j(\omega^{kl} - \Lambda^{\alpha kl}\omega_{\alpha}) + \delta^k_j\omega^{il} ,$$

$$\omega^{\alpha ij}_{\beta} = \Lambda^{\alpha ij}_k\omega^k_{\beta} - \delta^{\alpha}_{\beta}\omega^{ij} + \delta^{\alpha}_{\beta}(\Lambda^{\gamma ij}\omega_{\gamma} - \Lambda^{\gamma i}\omega^j_{\gamma}) + \Lambda^{\alpha ij}\omega_{\beta} - \Lambda^{\alpha i}\omega^j_{\beta} .$$

Дифференцируя (16) с использованием уравнений (15) и сравнений (17), получим сравнения на компоненты объекта кривизны R:

$$\Delta R^{i(j)(k)} - R_l^{ijk}\omega^l \equiv 0\,,\ \Delta R_j^{i(k)(l)} \equiv 0\,,$$

$$\Delta R_\beta^{\alpha(i)(j)} \equiv 0\,, \Delta R_\alpha^{(i)(j)} + R_\alpha^{\beta ij}\omega_\beta \equiv 0\,,$$

$$\Delta R_\alpha^{i(j)(k)} + R_\alpha^{jk}\omega^i - R^{ijk}\omega_\alpha + R_\alpha^{\beta jk}\omega_\beta^i - R_l^{ijk}\omega_\alpha^l \equiv 0\,.$$

Теорема 3. *Объект кривизны R фундаментально-групповой связности Γ является псевдотензором, содержащим 2 простейших $\{R_j^{ikl}\}$, $\{R_\beta^{\alpha ij}\}$ и 2 простых $\{R^{ijk}, R_j^{ikl}\}$, $\{R_\alpha^{ij}, R_\beta^{\alpha ij}\}$ подпсевдотензора, которые являются объектами кривизны соответствующих подсвязностей $\Gamma_1 - \Gamma_4$.*

Определение. *Композиционным оснащением* [1] семейства V_m гиперцентрированных плоскостей P_m^{m-1} назовем присоединение к каждой плоскости P_m^{m-1} двух фигур — точки и плоскости:

1) $B \in P_m,\ B \notin P_{m-1} : B \oplus P_{m-1} = P_m$;

2) $N_{n-m-1} : P_m \oplus N_{n-m-1} = P_n$.

Зададим оснащающие фигуры совокупностями точек

$$B = A + \lambda^i A_i,\quad C_\alpha = A_\alpha + \lambda_\alpha^i A_i + \lambda_\alpha A\,.$$

Продифференцируем их и, переходя к сравнениям по модулю базисных форм, получим

$$dB \equiv \theta B + (\Delta\lambda^i + \omega^i)A,$$

$$dC_\alpha \equiv \theta C_\alpha + \omega_\alpha^\beta C_\beta + (\Delta\lambda_\alpha^i + \lambda_\alpha\omega^i + \omega_\alpha^i)A_i + (\Delta\lambda_\alpha + \omega_\alpha)A\,.$$

Условия, обеспечивающие инвариантность оснащающих плоскостей, позволяют найти уравнения на компоненты объекта $\lambda = \{\lambda^i, \lambda_\alpha^i, \lambda_\alpha\}$:

$$\Delta\lambda^i + \omega^i = \lambda^{ij}\omega_j, \quad \Delta\lambda_\alpha + \omega_\alpha = \overline{\lambda}^i_\alpha\omega_i, \quad \Delta\lambda^i_\alpha + \lambda_\alpha\omega^i + \omega^i_\alpha = \lambda^{ij}_\alpha\omega_j. \quad (18)$$

Композиционное оснащение, задаваемое полем квазитензора $\lambda = \{\lambda^i, \lambda^i_\alpha, \lambda_\alpha\}$ на многообразии V_m, позволяет охватить компоненты объекта связности Γ по формулам

$$\overset{1}{\Gamma}{}^{ij} = \eta^i_\alpha \Lambda^{\alpha j} - \lambda^i\eta^j, \ \overset{0}{\Gamma}{}^{ik}_j = \eta^i_\alpha \Lambda^{\alpha k}_j + \delta^i_j\eta^k + \delta^k_j\lambda^i,$$

$$\overset{0}{\Gamma}{}^{\alpha i}_\beta = -\Lambda^{\alpha i}_j\lambda^j_\beta - \Lambda^{\alpha i}\lambda_\beta + \delta^\alpha_\beta\eta^i, \ \overset{1}{\Gamma}{}^i_\alpha = \lambda_\alpha(\eta^i - \lambda^i) - \eta^i_\alpha, \qquad (19)$$

$$\overset{1}{L}{}^{ij}_\alpha = -\lambda^i\eta^j_\alpha - \Lambda^{\beta j}_k(\eta^i_\beta\lambda^k_\alpha + \lambda^i\lambda_\alpha\lambda^k\lambda_\beta) - \Lambda^{\beta j}\lambda_\alpha\lambda^i_\beta,$$

где

$$\eta^i_\alpha = \lambda^i_\alpha - \lambda_\alpha\lambda^i, \ \eta^i = \lambda^i - \lambda_\alpha(\Lambda^{\alpha i} + \lambda^j\Lambda^{\alpha i}_j).$$

Таким образом, справедлива

Теорема 4. *Композиционное оснащение семейства гиперцентрированных плоскостей индуцирует фундаментально-групповую связность 1-го типа в ассоциированном расслоении* $G_r(V_m)$ *с объектом* $\overset{1}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^{ik}_j, \overset{0}{\Gamma}{}^{\alpha i}_\beta, \overset{1}{\Gamma}{}^{ij}, \overset{1}{\Gamma}{}^i_\alpha, \overset{1}{L}{}^{ij}_\alpha\}$.

В дифференциальные уравнения для компонент оснащающего квазитензора λ (18) вместо слоевых форм подставим их выражения через соответствующие формы связности и линейные комбинации базисных форм из (14). Перенося слагаемые с базисными формами вправо и вводя обозначения, получим

$$\nabla\lambda^i = \nabla^j\lambda^i\omega_j, \quad \nabla\lambda_\alpha = \nabla^i\lambda_\alpha\omega_i, \quad \nabla\lambda^i_\alpha = \nabla^j\lambda^i_\alpha\omega_j, \qquad (20)$$

где выражения

$$\nabla\lambda^i = d\lambda^i + \lambda^j\widetilde{\omega}^i_j + \widetilde{\omega}^i,$$

$$\nabla\lambda_\alpha = d\lambda_\alpha - \lambda_\beta\widetilde{\omega}^\beta_\alpha + \widetilde{\omega}_\alpha, \qquad (21)$$

$$\nabla\lambda^i_\alpha = d\lambda^i_\alpha + \lambda^j_\alpha\widetilde{\omega}^i_j - \lambda^j_\beta\widetilde{\omega}^\beta_\alpha + \lambda_\alpha\widetilde{\omega}^i + \widetilde{\omega}^i_\alpha$$

называются ковариантными дифференциалами компонент оснащающего квазитензора λ относительно связности Γ, а коэффициенты при базисных формах

$$\nabla^j \lambda^i = \lambda^{ij} - \lambda^k \Gamma^{ij}_k - \Gamma^{ij},$$

$$\nabla^i \lambda_\alpha = \overline{\lambda}^i_\alpha + \lambda_\beta \Gamma^{\beta i}_\alpha - \Gamma^i_\alpha, \tag{22}$$

$$\nabla^j \lambda^i_\alpha = \lambda^{ij}_\alpha - \lambda^k_\alpha \Gamma^{ij}_k + \lambda^i_\beta \Gamma^{\beta j}_\alpha - \lambda_\alpha \Gamma^{ij} - L^{ij}_\alpha$$

называются ковариантными производными относительно Γ.

Продолжения компонент оснащающего квазитензора λ имеют вид

$$\Delta\lambda^{i(j)} + \lambda^k \omega^{ij}_k + \omega^{ij} \equiv 0,$$

$$\Delta\overline{\lambda}^{(i)}_\alpha - \lambda_\beta \omega^{\beta i}_\alpha - \omega^i_\alpha \equiv 0, \tag{23}$$

$$\Delta\lambda^{i(j)}_\alpha + \lambda^k_\alpha \omega^{ij}_k - \lambda^i_\beta \omega^{\beta j}_\alpha + \overline{\lambda}^j_\alpha \omega^i + \lambda_\alpha \omega^{ij} \equiv 0.$$

Построены охваты

$$\overset{2}{\Gamma}{}^{ij} = \lambda^{ij} - \lambda^k \overset{0}{\Gamma}{}^{ij}_k,$$

$$\overset{2}{\Gamma}{}^i_\alpha = \overline{\lambda}^i_\alpha + \lambda_\beta \overset{0}{\Gamma}{}^{\beta i}_\alpha, \tag{24}$$

$$\overset{2}{L}{}^{ij}_\alpha = \lambda^{ij}_\alpha - \lambda^k_\alpha \overset{0}{\Gamma}{}^{ij}_k + \lambda^i_\beta \overset{0}{\Gamma}{}^{\beta j}_\alpha - \lambda_\alpha \overset{2}{\Gamma}{}^{ij}.$$

Таким образом, справедлива

Теорема 5. *Фундаментально-групповая связность Γ может быть сведена к плоскостной общей аффинной и нормальной линейной связностям с помощью формул (24).*

Следствие. *Композиционное оснащение семейства гиперцентрированных плоскостей индуцирует фундаментально-групповую связность 2-го типа в ассоциированном расслоении $G_r(V_m)$ с объектом $\overset{2}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^{ik}_j, \overset{0}{\Gamma}{}^{\alpha i}_\beta, \overset{2}{\Gamma}{}^{ij}, \overset{2}{\Gamma}{}^i_\alpha, \overset{2}{L}{}^{ij}_\alpha\}$.*

Список литературы

1. *Шевченко Ю.И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000.

2. *Вялова А.В.* Псевдотензоры кривизны и кручения коаффинной связности в касательном расслоении к многообразию гиперцентрированных плоскостей // ДГМФ. Калининград, 2020. Вып. 51. С. 49—57.

3. *Шевченко Ю.И.* Оснащения голономных и неголономных гладких многообразий. Калининград, 1998.

4. *Башашина К.В.* Фундаментально-групповые связности и композиционное оснащение семейства гиперцентрированных плоскостей в проективном пространстве // ДГМФ. Калининград, 2018. Вып. 49. С. 19—28.

5. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии. М., 1979. Т. 9. С. 5—247.

A. V. Vyalova[1], *Yu. I. Shevchenko*[2]
[1] *Kaliningrad State Technical University*
1 Sovietsky Prosp., Kaliningrad, 236022, Russia
[2] *Immanuel Kant Baltic Federal University*
14 A. Nevskogo St., Kaliningrad, 236016, Russia
[1] vyalova.alexa@mail.ru, [2] ESkrydlova@kantiana.ru
doi: 10.5922/0321-4796-2021-52-6

The composite equipment for manifold of hypercentered planes, whose dimension coincides with dimension of generating plane

Submitted on May 10, 2021

In n-dimensional projective space P_n a manifold V_m , i.e., a family of pairs of planes one of which is a hyperplane in the other, is considered. A principal bundle $G_r(V_m)$ arises over it, $r = n(n-m+1)+m^2$. A typi-

cal fiber is the stationarity subgroup G_r of the generator of pair of planes: external plane and its multidimensional center — hyperplane. The principal bundle contains four factor-bundles.

A fundamental-group connection is set by the Laptev — Lumiste method in the associated fibering. It is shown that the connection object contains four subobjects that define connections in the corresponding factor-bundles. It is proved that the curvature object of fundamental-group connection forms pseudotensor. It contains four subpseudotensors, which are curvature objects of the corresponding subconnections.

The composite equipment of the family of hypercentered planes set by means of a point lying in the plane and not belonging to its hypercenter and an $(n-m-1)$-dimensional plane, which does not have common points with the hypercentered plane. It is proved, that composite equipment induces the fundamental-group connections of two types in the associated fibering.

Keywords: projective space, family of hypercentered planes, fundamental-group connection, curvature, pseudotensor.

References

1. *Shevchenko, Yu. I.:* Clothing of centreprojective manifolds. Kaliningrad (2000).

2. *Vyalova, A. V.:* Curvature and torsion pseudotensorsof coaffine connection intangent bundle of hypercentred planes manifold. *DGMF*. Kaliningrad. **51**, 49—57 (2020).

3. *Shevchenko, Yu. I.:* The equipment of holonomic and nonholonomic smooth manifolds. Kaliningrad (1998).

4. *Bashashina, K. V.:* Fundamental-group connection andcomposite clothing for hypercentred planes family in projective space. *DGMF*. Kaliningrad. **49**, 19—28 (2018).

5. *Evtushik, L. E., Lumiste, Yu. G., Ostianu, N. M., Shirokov, A. P.*: Differential-geometric structures on manifolds. *J. Soviet Math.*, **14**:6, 1573—1719 (1980).